

Технічні науки

УДК 631.312:514.18

В.М. Булгаков, доктор технічних наук, академік НААН, професор,

С.Ф. Пилипака, доктор технічних наук,

В.В. Яременко, О.М. Черниш, кандидати технічних наук НУБіП,

*Т.Д. Гуцол, кандидат технічних наук, доцент ПДАТУ**

АНАЛІТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ РУХУ МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ ПРИ ВІДЦЕНТРОВОМУ РОЗСІЮВАННІ

Розглянуто рух матеріальної точки по лопатці відцентрового розсіювального апарату. Складено систему диференціальних рівнянь руху частинки із застосуванням супровідного тригранника переносної траєкторії та формул Френе. Здійснено чисельне інтегрування отриманої системи диференціальних рівнянь, що дало можливість побудувати графіки руху частинки за різних умов і визначити умови такого руху.

Ключові слова: матеріальна точка, відцентрове розсіювання, диференціальні рівняння.

Постановка проблеми в загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями. Внесення мінеральних добрив може бути здійснене з використанням відцентрових розсіювальних апаратів із лопатками різних конструкцій. Закономірності руху суцільного потоку мінеральних добрив з достатньою для практики точністю можна аналітично описати, розглядаючи рух лише окремих їх частинок. Матеріальна частинка під дією відцентрової сили рухається по поверхні лопатки і одночасно обертається разом із нею навколо вертикальної осі, тобто перебуває у складному русі. Якщо кінематика частинки у відцентрових апаратах із прямолінійними лопатками досить добре вивчена, то для апаратів із криволінійними лопатками у вигляді частин циліндричного жолоба вона ще потребує окремих аналітичних досліджень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано розв'язання даної проблеми. Вивченню теоретичних основ складного руху матеріальної частинки по поверхні шорсткого диска, що обертається навколо вертикальної осі, присвячені фундаментальні праці [1, 2]. У них розглянуто рух частинки за наявності і відсутності лопаток. У праці [3] розглянуто випадок, коли частинка після сходу з диска потрапляє на прямолінійну лопатку з Г-подібним поперечним перерізом, встановлену під певним кутом до горизонтальної площини. Частинка під дією відцентрової сили рухається по лопатці вгору від осі обертання і в момент сходу з лопатки має такий же кут, що забезпечує більшу дальність її польоту в порівнянні з горизонтальними лопатками. У [4] розглянуто рух частинки по криволінійній лопатці, коли в момент вступу частинки на неї кут нахилу дорівнює нулю і в процесі руху зростає, набуваючи на сході з лопатки заданої величини. У праці [5] досліджено відносну та абсолютну траєкторії частинки при нахилі диска з прямолінійними лопатками під певним кутом до горизонту.

Окрема група робіт присвячена вивченню руху частинки по шорсткій площині, яка здійснює коливальний рух [6-9]. У них розглядається поступальне колювання площини, кожна точка якої описує коло, еліпс або іншу криву. Серед праць, в яких йдеться про переміщення частинки по поверхні, більш відомі класичні приклади з підручників на прикладі конуса [10] або сфери [11] з вертикальною віссю і гладенькою поверхнею. Щодо робіт практичного спрямування, в яких розглянуто рух частинки по внутрішній шорсткій поверхні, яка обертається з постійною кутовою швидкістю навколо своєї осі, відомі праці теоретичного обґрунтування роботи машин відцентрової дії [12-14].

* © В.М. Булгаков, С.Ф. Пилипака, В.В. Яременко, О.М. Черниш, Т.Д. Гуцол, 2012

Мета статті: скласти замкнуту систему диференціальних рівнянь руху матеріальної частинки добив усередині лопатки циліндричної форми.

Виклад основного матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів. Складання математичної моделі руху матеріальної частинки усередині лопатки циліндричної форми відцентрового розсіювального апарату першочергово почнемо з побудови еквівалентної схеми процесу. Закріпимо циліндричний жолоб на горизонтальному диску, як це показано на рис. 1, а. При обертанні диска у напрямі, що показаний стрілкою, кінці нижньої прямолінійної твірної жолоба описуватимуть кола, з яких більшим є коло, яке розташоване на периферії диска, а менше матиме кривину $k = 1/r$, де r – його радіус. У точці на меншому колі розташуємо супровідний тригранник Френе, як це показано на рис. 1, а.

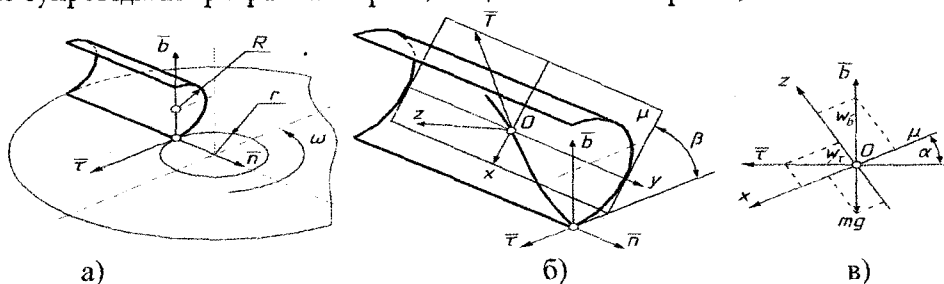


Рис. 1. Еквівалентна схема розсіювального відцентрового апарату:
а) горизонтальний диск із циліндричним жолобом; б) циліндричний жолоб та проведена до нього в точці знаходження частинки дотична площина μ ;
в) взаємне положення двох систем: тригранника Френе і системи координат $Oxyz$ з дотичною площиною μ .

Супровідний тригранник і жолоб прикріплені до диска жорстко, отже жолоб по відношенню до тригранника буде нерухомий, а сам тригранник при обертанні диска з кутовою швидкістю ω буде супровідним для кола $k = 1/r$. Рівняння циліндричного жолоба на орти тригранника запишуться так:

$$\rho_\tau = -R \sin \alpha, \quad \rho_n = -u, \quad \rho_b = -R \cos \alpha + R, \quad (1)$$

де R – радіус кола – основи циліндричного жолоба;

α і u – змінні параметри поверхні, причому α – кут повороту точки навколо осі циліндра, u – довжина прямолінійної твірної циліндра.

При обертанні диска частинка, яка попадає на циліндричний жолоб, починає по ньому рухатися під дією відцентрової сили по певній траєкторії. Щоб отримати рівняння траєкторії, необхідно дві незалежні змінні α і u зв'язати між собою певною залежністю. У нашому випадку доцільно зробити їх функціями довжини дуги s напрямного кола $k = 1/r$ (це дає змогу використати формули Френе). Таким чином, $\alpha = \alpha(s)$ і $u = u(s)$ – невідомі функції, які потрібно знайти, щоб побудувати траєкторію руху частинки по жолобу і визначити інші кінематичні характеристики.

Диференціальне рівняння руху частинки у векторному вигляді запишеться наступним чином:

$$m\bar{a} = \bar{F}, \quad (2)$$

де m – маса частинки;

$\bar{a}$ – вектор абсолютного прискорення;

$\bar{F}$ – вектор прикладених до частинки сил.

Якщо траєкторія руху точки в системі тригранника Френе задана проекціями ρ_τ , ρ_n і ρ_b на його орти, то складові абсолютного прискорення на ці ж орти мають вигляд:

$$\begin{aligned} a_\tau &= V^2 (\ddot{\rho}_\tau - k^2 \rho_\tau - 2k \dot{\rho}_n), \\ a_n &= V^2 (\ddot{\rho}_n - k^2 \rho_n + 2k \dot{\rho}_\tau + k), \\ a_b &= V^2 \ddot{\rho}_b, \end{aligned} \quad (3)$$

де $k = 1/r$ – кривина напрямного кола;

V – швидкість руху вершини тригранника по напрямному колу.

Диференціюванням по s рівнянь (1) знайдемо перші і другі похідні виразів, що входять до (3):

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_\tau &= -R\dot{\alpha} \cos \alpha, & \ddot{\rho}_\tau &= -R(\ddot{\alpha} \cos \alpha - \dot{\alpha}^2 \sin \alpha), \\ \dot{\rho}_n &= -\dot{u}, & \ddot{\rho}_n &= -\ddot{u}, \\ \dot{\rho}_b &= R\dot{\alpha} \sin \alpha, & \ddot{\rho}_b &= R(\ddot{\alpha} \sin \alpha + \dot{\alpha}^2 \cos \alpha).\end{aligned}\quad (4)$$

Векторне рівняння (2) потрібно розписати в проекціях на осі певної системи координат (нерухомої або рухомої). Рух частинки в певній точці циліндра можна розглядати як рух у дотичній площині. Тому, нам доцільно провести дотичну площину μ до поверхні циліндра в точці O знаходження частинки (рис. 1, б) і скласти рівняння руху частинки в цій площині (при цьому кут між дотичною і горизонтальною площинами $\beta = \beta(s)$ є змінним). Осі прямокутної системи $Oxyz$ розташовуємо так, щоб вісь Oy була спрямована вздовж твірної циліндра, вісь Ox розташовуємо перпендикулярно до осі Oy в дотичній площині, тоді вісь Oz буде спрямована перпендикулярно до дотичної площини, тобто по нормалі до поверхні циліндра.

Підставивши (4) в (3), одержимо проекції абсолютного прискорення частинки на орти тригранника:

$$\begin{aligned}a_\tau &= V^2 \left[R(\dot{\alpha}^2 + k^2) \sin \alpha - R\ddot{\alpha} \cos \alpha + 2k\dot{u} \right], \\ a_n &= V^2 \left[k(1 + k\dot{u}) - 2Rk\dot{\alpha} \cos \alpha - \ddot{u} \right], \\ a_b &= V^2 R(\ddot{\alpha} \sin \alpha + \dot{\alpha}^2 \cos \alpha).\end{aligned}\quad (5)$$

Можна показати, що кут β між дотичною площиною μ і горизонтальною площиною Oxy дорівнює кутові $\alpha = \alpha(s)$. Враховуючи це, можна спроеціювати складові абсолютного прискорення a із ортів тригранника на осі системи $Oxyz$ (рис. 1, в):

$$\begin{aligned}a_x &= a_\tau \cos \alpha - a_b \sin \alpha, \\ a_y &= a_n, \\ a_z &= a_\tau \sin \alpha + a_b \cos \alpha.\end{aligned}\quad (6)$$

Підставимо (5) у (6) і отримаємо абсолютне прискорення частинки в проекціях на осі системи $Oxyz$:

$$\begin{aligned}a_x &= V^2 (Rk^2 \sin \alpha \cos \alpha + 2k\dot{u} \cos \alpha - R\ddot{\alpha}), \\ a_y &= V^2 (k + k^2\dot{u} - 2Rk\dot{\alpha} \cos \alpha - \ddot{u}), \\ a_z &= V^2 (R\dot{\alpha}^2 + Rk^2 \sin^2 \alpha + 2k\dot{u} \sin \alpha).\end{aligned}\quad (7)$$

Вага частинки mg , де $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, в проекціях на осі системи $Oxyz$ запишеться (рис. 1, в):

$$\left\{ mg \sin \alpha, \quad 0, \quad -mg \cos \alpha \right\}\quad (8)$$

Знайдемо координати вектора $\bar{T}$ дотичної до відносної траєкторії. Його проекції на орти тригранника рівні першим похідним (4). Приводячи його до одиничного, одержимо:

$$\left\{ -\frac{R\dot{\alpha} \cos \alpha}{\sqrt{R^2 \dot{\alpha}^2 + \dot{u}^2}}, \quad -\frac{\dot{u}}{\sqrt{R^2 \dot{\alpha}^2 + \dot{u}^2}}, \quad \frac{R\dot{\alpha} \sin \alpha}{\sqrt{R^2 \dot{\alpha}^2 + \dot{u}^2}} \right\}\quad (9)$$

Застосувавши формули переходу (6) від системи тригранника до системи $Oxyz$, отримаємо проекції вектора (9) на осі системи $Oxyz$:

$$\left\{ -\frac{R\dot{\alpha}}{\sqrt{R^2 \dot{\alpha}^2 + \dot{u}^2}}, \quad -\frac{\dot{u}}{\sqrt{R^2 \dot{\alpha}^2 + \dot{u}^2}}, \quad 0 \right\}\quad (10)$$

Знаючи вектор абсолютного прискорення частинки, прикладені сили та напрям її руху в системі $Oxyz$, можна скласти диференціальне рівняння (2) в проекціях на осі системи $Oxyz$:

$$\begin{aligned}ma_x &= mg \sin \alpha - (fP)_x, \\ ma_y &= -(fP)_y, \\ ma_z &= P - mg \cos \alpha,\end{aligned}\quad (11)$$

де $(fP)_x$ і $(fP)_y$ – складові сили тертя на осі Ox і Oy відповідно, причому P – сила тиску поверхні лопатки на частинку,

f – коефіцієнт тертя.

Із останнього рівняння (11) знаходимо:

$$P = m(a_z + g \cos \alpha). \quad (12)$$

Із врахуванням напрямних косинусів (10) складові сили тертя на осі Ox і Oy запишуться так:

$$\begin{aligned} (fP)_x &= -\frac{fmR\dot{\alpha}}{\sqrt{R^2\dot{\alpha}^2 + \dot{u}^2}}(a_z + g \cos \alpha), \\ (fP)_y &= \frac{fm\dot{u}}{\sqrt{R^2\dot{\alpha}^2 + \dot{u}^2}}(a_z + g \cos \alpha). \end{aligned} \quad (13)$$

Шляхом підстановки (13) в (11) одержимо систему з двох рівнянь:

$$\begin{aligned} ma_x &= mg \sin \alpha + \frac{fmR\dot{\alpha}}{\sqrt{R^2\dot{\alpha}^2 + \dot{u}^2}}(a_z + g \cos \alpha), \\ ma_y &= -\frac{fm\dot{u}}{\sqrt{R^2\dot{\alpha}^2 + \dot{u}^2}}(a_z + g \cos \alpha). \end{aligned} \quad (14)$$

Обидва рівняння (14) скоротимо на масу m частинки, підставимо в них вирази (7) і після скорочень і перетворень одержимо (маючи на увазі, що $V = \omega/k$):

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} &= k^2 \sin \alpha \cos \alpha - 2\frac{k}{R}\dot{u} \cos \alpha - \frac{gk^2}{R\omega^2} \sin \alpha - \\ &\quad - \frac{fgk^2 \dot{\alpha} \cos \alpha}{\omega^2 \sqrt{R^2\dot{\alpha}^2 + \dot{u}^2}} - \frac{f\dot{\alpha}}{\sqrt{R^2\dot{\alpha}^2 + \dot{u}^2}}(R\dot{\alpha}^2 + Rk^2 \sin^2 \alpha - 2k\dot{u} \sin \alpha), \\ \ddot{u} &= k^2 u - k + 2Rk\dot{\alpha} \cos \alpha - \frac{fgk^2 \dot{u} \cos \alpha}{\omega^2 \sqrt{R^2\dot{\alpha}^2 + \dot{u}^2}} - \\ &\quad - \frac{f\dot{u}}{\sqrt{R^2\dot{\alpha}^2 + \dot{u}^2}}(R\dot{\alpha}^2 + Rk^2 \sin^2 \alpha - 2k\dot{u} \sin \alpha). \end{aligned} \quad (15)$$

Система диференціальних рівнянь (15) була розв'язана чисельними методами за допомогою пакета *Simulink* системи *MatLab*. Було з'ясовано деякі закономірності кінематичних параметрів частинки залежно від радіуса R лопатки циліндричної форми та кутової швидкості ω обертання диска. Підставивши залежності $\alpha = \alpha(s)$ і $u = u(s)$, одержані в результаті чисельного інтегрування системи (15), у вирази (1), отримаємо відносну траєкторію частинки по поверхні циліндричного жолоба. На рис. 2, а побудовані відносні траєкторії руху частинки по циліндричному жолобу радіуса $R = 0,05$ м і його довжині 0,3 м при різних кутових швидкостях обертання диска. Частинка попадає на циліндричну поверхню на відстані 0,05 м від осі обертання ($r = 1/k = 0,05$ м).

Із графіків рис. 2, а видно, що при збільшенні кутової швидкості частинка все вище піднімається по циліндру, хоча сходять із нього приблизно на однаковій висоті, дещо нижче твірної, що відповідає кутові повороту $\alpha = 90^\circ$.

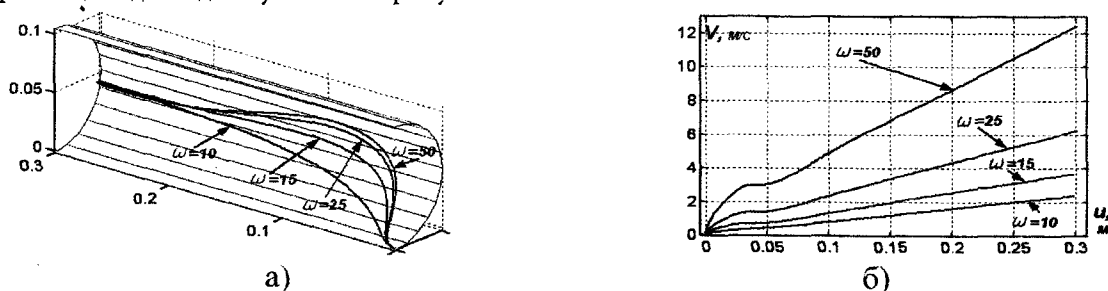


Рис. 2. Кінематичні характеристики відносного руху частинки по поверхні циліндричної лопатки при $R = 0,05$ м; $r = 1/k = 0,05$ м; $f = 0,3$ і різних кутових швидкостях обертання диска:

а) відносні траєкторії руху частинки; б) відповідні відносні швидкості руху частинки

Дослідження показали, що висота підйому частинки по циліндру обмежена. Наприклад, при кутовій швидкості $\omega = 50$ рад/с. висота підйому частинки обмежена кутом $\alpha = 105^\circ$ (одна

поділ на циліндрі відповідає кутів 15°). При збільшенні кутової швидкості максимальна висота підйому частинки росте повільно до певної межі, не доходячи до верхньої твірної.

Знайдемо відносну швидкість руху частинки з виразу $V = dL/dt$, де L – довжина відносної траєкторії, t – час. Елемент довжини траєкторії знаходимо за відомими формулами визначення довжини дуги з врахуванням (4):

$$\frac{dL}{ds} = \sqrt{\dot{\rho}_r^2 + \dot{\rho}_n^2 + \dot{\rho}_b^2} = \sqrt{R^2 \dot{\alpha}^2 + \dot{u}^2}. \quad (16)$$

Оскільки незалежною змінною в (16) є довжина дуги s кола преносної траєкторії, то при визначенні відносної швидкості теж перейдемо до цієї змінної:

$$V = \frac{dL}{dt} = \frac{dL}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = V_r \frac{dL}{ds}, \quad (17)$$

де $V_r = \frac{ds}{dt}$ – переносна швидкість руху вершини тригранника Френе по колу радіуса r .

При заданій кутовій швидкості ω обертання диска переносна швидкість відома: $V_n = \omega r = \omega/k$. Отже вираз (17) із врахуванням (16) запишеться так:

$$V = \frac{\omega}{k} \sqrt{R^2 \dot{\alpha}^2 + \dot{u}^2}, \quad (18)$$

На рис. 2, б побудовані графіки зміни відносних швидкостей залежно від кутової швидкості обертання диска ω . Щоправда, ці графіки побудовані не для залежності $V = V(s)$, а для залежності $V = V(u)$, де u – довжина прямолінійної твірної циліндра. Така залежність є більш наглядною, оскільки дає можливість визначити швидкість руху частинки в будь-якій точці по довжині лопатки і її легко отримати в системі MatLab виключенням змінної s із залежностей $V = V(s)$ і $u = u(s)$. Із графіків рис. 2, б видно, що швидкість частинки росте в момент розгону, далі по мірі підйому до верхньої точки на циліндрі вона зменшується, а потім стабілізується і далі росте за законом, близьким до лінійного.

На рис. 3 наведено графіки відносних траєкторій і швидкостей частинки при її попаданні на поверхню лопатки у різних точках. На рис. 3, а вгорі побудовано траєкторії при попаданні частинки на поверхню лопатки у різних точках по висоті (через кожні 30° початкового значення кута α_0). По мірі підйому до середини циліндра зміна відносної швидкості циліндра все більше наближається до лінійного закону. Наприклад, при $\alpha_0 = 60^\circ$ і $\alpha_0 = 90^\circ$ графіки швидкостей збігаються (на рис. 3, б вгорі їх позначено штриховою лінією).

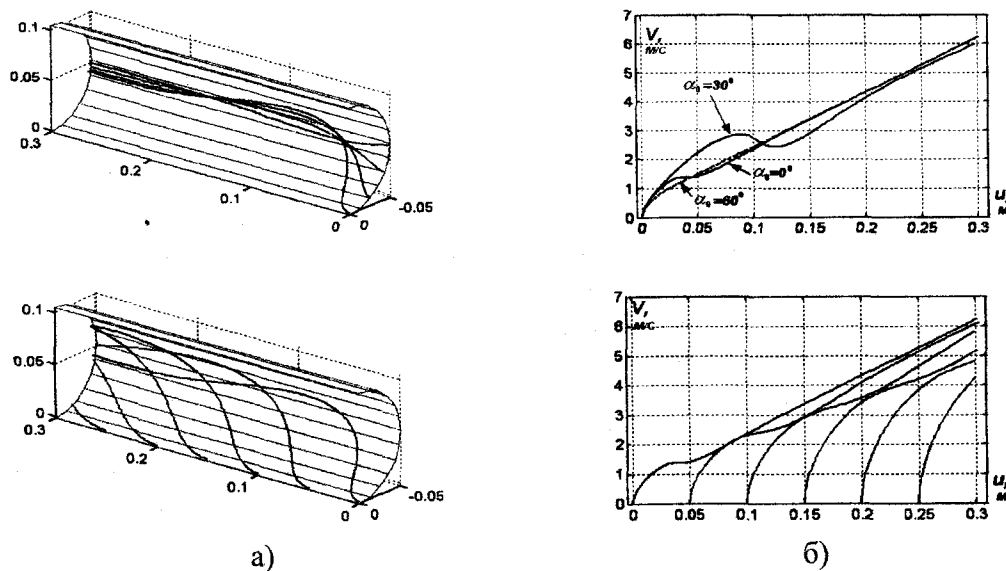


Рис. 3. Кінематичні характеристики відносного руху частинки по поверхні циліндричної лопатки при $R = 0,05$ м; $r = 1/k = 0,05$ м; $f = 0,3$; $\omega = 25$ рад/с. і різних точках попадання частинки на поверхню: а) відносні траєкторії руху частинки при різних точках попадання її на поверхню по висоті (вгорі) та по довжині (внизу); б) графіки відповідних відносних швидкостей руху частинки

Знайдемо вплив на форму траєкторії частинки величини радіуса R поперечного перерізу циліндричної лопатки. На рис. 4 представлені траєкторії руху частинки по циліндричній лопатці із радіусом поперечного перерізу $R = 0,15$ м. У цьому випадку можлива цілком несподівана поведінка частинки при її русі по поверхні циліндра. На рис. 4, а показана зміна траєкторії частинки при збільшенні кутової швидкості при рівних інших умовах.

Якщо при $\omega = 10$ рад/с. траєкторія є очікуваною (як, наприклад, на рис. 2, а), то при $\omega = 15$ рад/с. і тим більше при $\omega = 25$ рад/с. частинка на перший погляд починає рухатися несподівано – до центру диска. Проте цьому випадку є пояснення. При достатньо великих значеннях радіуса R відсік циліндра біля нижньої твірної, куди попадає частинка, з певним допущенням можна вважати близьким до відсіку площини. Таким чином, поведінка частинки буде подібною до випадку, коли вона попадає на горизонтальний диск, що обертається навколо вертикальної осі.

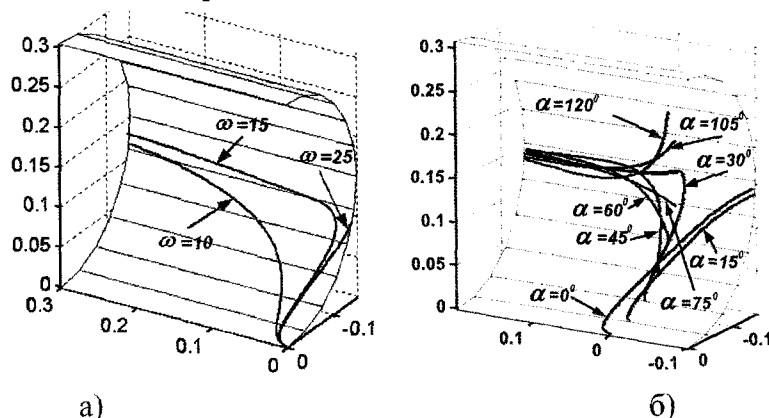


Рис. 4. Відносні траєкторії руху частинки по поверхні циліндричної лопатки з радіусом поперечного перерізу $R = 0,15$ м ($f = 0,3$): а) форма траєкторії залежно від величини кутової швидкості ω ; б) форма траєкторії залежно від точки вступу частинки на поверхню лопатки ($\omega = 25$ рад/с.)

У праці [1] показано, що в такому випадку траєкторією частинки у відносному русі є спіраль. Це ж відбувається на поверхні циліндричної лопатки при досягненні критичного значення кутової швидкості. Частинка по спіралі розвертається у протилежну сторону і рухається в напрямі центру диска (але мимо його, оскільки вона піднялася з нижньої твірної вгору) і проминувши його, рухалася б далі, якби жолоб продовжувався. Дослідження показали, що ще один розворот і наступні вона може зробити при достатньо великому радіусі R , коли відсік циліндра близький до площини. Щоб перевірити це припущення, подамо частинку не на нижню твірну, а на середню (при $\alpha_0 = 90^\circ$). Частинка в цьому випадку рухається від центру, трохи опустившись вниз, чого і слід було чекати.

На рис. 4, б зображено відсік циліндричної лопатки, продовжений на 0,1 м в протилежну сторону. Це дає можливість спостерігати траєкторії руху частинки при різних точках її подачі на лопатку по висоті. Кутова швидкість $\omega = 25$ рад/с.; $f = 0,3$; висота змінюється через кожних 15° повороту точки навколо осі циліндра. Як видно з графіків рис. 4, б, при $\alpha_0 = 0^\circ$ і $\alpha_0 = 15^\circ$ частинка розвертається і рухається в протилежну сторону, а при збільшенні висоти подачі цього вже не відбувається.

З проведених досліджень випливає, що при подачі частинки на самий низ лопатки за певних умов можливий її розворот і рух в протилежну сторону. Це залежить від граничної величини радіуса R поперечного перерізу лопатки. Наприклад, для $f = 0,3$ і $R < 0,1$ м розворот частинки неможливий при будь-яких кутових швидкостях обертання диска. Гарантовано запобігти розвороту також можна шляхом подачі частинки на середню твірну циліндра по висоті (при $\alpha_0 = 90^\circ$). На практиці це означає, що жолоб потрібно робити не з половини циліндричної поверхні, а з четвертини, використовуючи верхню частину циліндра.

Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямку. Рух матеріальної частинки по циліндричній лопатці відцентрового розсіювального апарата спочатку має коливальний характер як по відносній траєкторії, так і по величині відносної швидкості. З часом відбувається стабілізація руху: частинка рухається біля середньої прямолинійної твірної лопатки з відносною швидкістю, що зростає по закону, близькому до лінійного. Збільшення

кутової швидкості обертання диска з лопаткою призводить до зростання відносної швидкості. Точка подачі частинки на лопатку по висоті практично не впливає на величину відносної швидкості при її сході з лопатки. При різних точках подачі частинки вздовж осі лопатки відносна швидкість відрізняється несуттєво. При збільшенні радіуса поперечного перерізу лопатки і при подачі частинки на нижню твірну можливий розворот частинки в жолобі по спіралеподібній кривій. За будь-яких режимів роботи і конструктивних розмірів лопатки частинка при русі по її поверхні не підніметься до верхнього краю лопатки.

Список використаних джерел

1. Василенко П.М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин / П.М. Василенко. – К.: УАСХН, 1960. – 283 с.
2. Заика П.М. Избранные задачи земледельческой механики / П.М. Заика. – К.: Изд-во УСХА, 1992. – 507 с.
3. Адамчук В.В. Дослідження загального випадку розгону мінеральних добрив відцентровим розсіювальним органом / В.В. Адамчук // Вісник аграрної науки. – К., 2003. – № 12. – С. 51-57.
4. Войтюк Д.Г. Теоретичне дослідження руху матеріальних частинок у відцентрових апаратах із криволінійними лопатками і змінним кутом їх підйому / Д.Г. Войтюк, С.Ф. Пилипака // Праці Таврійської державної агротехнічної академії. – Мелітополь: ТДАТА, 2006. – Вип. 39. – С. 11-20.
5. Адамчук В.В. Дослідження руху частинки по плоскому диску, який обертається навколо перпендикулярної осі, нахиленої до горизонту / В.В. Адамчук, В.М. Булгаков, Д.Г. Войтюк, С.Ф. Пилипака // Вісник Львівського національного аграрного університету: агроінженерні дослідження. – Львів: Львів. нац. аграр. ун-т, 2008. – № 12 (2). – С. 189-197.
6. Белецкий В.Я. Теория и расчет сит с прямолинейными качаниями / В.Я. Белецкий. – М.: Наука, 1949. – 187 с.
7. Блехман И.И. Вибрационное перемещение / И.И. Блехман, Г.Ю. Джанелидзе. – М.: Наука, 1964. – 410 с.
8. Гортинский В.В. Процессы сепарирования на зерноперерабатывающих предприятиях / В.В. Гортинский, А.Б. Демский, М.А. Борискин. – М.: Колос, 1980. – 304 с.
9. Войтюк Д.Г. Дослідження руху матеріальної частинки по шорсткій площині, яка здійснює горизонтальні криволінійні поступальні коливання / Д.Г. Войтюк, С.Ф. Пилипака // Техніка АПК. – 2004. – № 10-11. – С. 26-28.
10. Лойцянский Л.Г. Курс теоретической механики. Том 2. Динамика / Л.Г. Лойцянский, А.И. Лурье. – М.: ГИТТЛ, 1954. – 595 с.
11. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики. Часть первая. Кинематика, статика, динамика материальной точки / Н.Н. Бухгольц. – М.: Наука, 1967. – 468 с.
12. Гольдин Е.М. О движении материальной точки внутри быстро вращающегося конуса / Е.М. Гольдин // Известия АН СССР, ОТН. – 1955. – № 6. – С. 126-134.
13. Авдеев Н.Е. Центробежные сепараторы для зерна / Н.Е. Авдеев. – М.: Колос, 1975. – 152 с.
14. Назаров С.М. К обоснованию параметров резинокольцевого метателя и пути его совершенствования / С.М. Назаров, И.Г. Каплан, Р.С. Герцон, З.А. Лившиц // Труды ЦНИИМЭСХ. – Минск, 1969. – Т. 4. – С. 70-85.

Аннотация. Рассмотрено относительное движение частицы по цилиндрической лопатке, прикрепленной к диску в радиальном направлении. Составлено систему дифференциальных уравнений движения частицы с применением сопровождающего трехгранника переносной траектории и формул Френе. Осуществлено численное интегрирование системы. Сделано визуализацию полученных результатов.

Ключевые слова: материальная точка, центробежное рассеивание, дифференциальные уравнения.

Annotation. It is observed corpuscle relative motion on the cylindrical shovel cemented to a disk in the radial direction. It is made system of the differential equations of driving of a corpuscle with application of natural mobile three-edge of a portable path and formulas Frenet. The system numerical integration is realised. The visualization of the obtained results is made.

Keywords: material point, the centrifugal scattering, differential equations.