

**Марина Семенюк**

студентка спеціальності «Фінанси, банківська справа та страхування»,

освітній ступінь «бакалавр»

Науковий керівник: **Громик А.П.**

к.т.н., завідувач кафедри математичних дисциплін і моделювання,

Подільський державний аграрно-технічний університет,

м. Кам'янець-Подільський

## **ВИКОРИСТАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ**

### **ВИКЛАДАННІ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН**

Значення математичних дисциплін, зокрема таких, як «Математика для економістів», «Теорія ймовірностей та математична статистика», «Вища та прикладна математика», для майбутнього економіста є беззаперечним. Проте аналіз викладання цих курсів для студентів економічних факультетів свідчить про низку суттєвих проблем, а саме: низький рівень математичної підготовки студентів; недостатнє абстрактне та логічне мислення; неготовність, а часто і небажання студентів працювати самостійно; відсутність мотивації та зацікавленості прививченні математичних дисциплін.

Проведенням консультацій, факультативних, індивідуальних і додаткових занять та більш системним контролем за виконанням індивідуальних завдань та завдань для самостійної роботи частково можна вирішити перші три проблеми. Вирішення четвертої проблеми вбачаємо у:

- залученні студентів до активної позааудиторної роботи, зокрема, проведення олімпіад, оформлення стінгазет, складання математичних задач про податки для шкільних підручників;

- науковій роботі студентів, виступах на конференціях, підготовці тез доповідей до друку, участів математичних читань і дискусійних клубів;

- вирішенні проблемних ситуацій на різних етапах освітнього процесу, творчій роботі студентів;

– участі студентів у роботі проблемних груп, які працюють у закладах вищої освіти.

Водночас чи не найголовнішим чинником мотивації є зв'язок навчального матеріалу з майбутньою професійною діяльністю. Саме тому в структуру математичних курсів необхідно впроваджувати прикладні задачі економічного спрямування. При цьому набір пропонованих прикладів повинен бути максимально наближеним до реальної майбутньої практичної діяльності студентів. Такий підхід зумовлює більш свідоме та цілісне розуміння можливостей практичного використання математичного апарату та слугуватиме обґрунтуванням необхідності вивчення програмового матеріалу.

Наприклад, при вивченні елементів лінійної алгебри, доцільно розглянути задачі міжгалузевого балансу, задачі розподілу витрат трудових ресурсів, сировини, палива [1-5]. Такі приклади дозволять зрозуміти характеристику економічного стану досліджуваного об'єкта та допоможуть студенту оволодіти методами розв'язання систем лінійних рівнянь.

При вивченні поняття власного числа та власного вектора, які для студентів є досить абстрактними й незрозумілими, доречно розглянути задачу про взаємні закупівлі товарів і модель міжнародної торгівлі [2]. Як приклад, наведемо використання поняття власного вектора і власних чисел матриці при аналізі процесу взаємних закупівель товарів.

Візьмемо три країни (наприклад, США, Німеччину та Японію) – учасниці торгівлі з національними бюджетами  $x_1, x_2, x_3$ . Вважатимемо, що увесь бюджет країн витрачається лише на закупівлю товарів і послуг або всередині країни, або на імпорт з інших країн. Нехай США половину бюджету витрачають на закупівлю товарів на своїй території, чверть – на закупівлю товарів із Німеччини та ще чверть – товарів із Японії. Німеччина порівну витрачає на закупівлю товарів із США, на своїй території та з Японії. Японія половину витрачає на закупівлю товарів із США, іншу половину – з Німеччини й нічого не закуповує на своїй

території. Визначити доходи країн, які задовольняли б збалансовану бездефіцитну торгівлю, якщо сума їхніх доходів становить 9000 євро.

Відомо [2], що лінійна модель міжнародної торгівлі дає можливість знайти співвідношення національних бюджетів країн для збалансованої торгівлі. Нехай  $n$  країн, бюджети яких відповідно  $x_1, x_2, \dots, x_n$  витрачаються на закупівлю товарів усередині країни або за її межами (торговий бюджет). Позначивши через  $q_{ij}$  частку бюджету  $j$ -ї країни, яка витрачається на закупівлю товарів у  $i$ -ї країни, отримаємо матрицю,  $Q = (q_{ij})_{n \times n}$ , яку називають *структурною матрицею торгівлі*.

Оскільки весь торговий бюджет кожної країни витрачається або на закупівлю товарів на своїй території, або на імпорт з інших країн, то справедливою є умова:

$$\sum_{i=1}^n q_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (1)$$

Запишемо структурну матрицю торгівлі для нашої задачі: у першому стовпчику – США, у другому – Німеччина, у третьому – Японія:

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}.$$

Після підбиття підсумків торгівлі за рік  $i$ -та країна отримує прибуток

$$p_i = q_{i1}x_1 + q_{i2}x_2 + q_{i3}x_3; \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

Для збалансованої торгівлі необхідно, щоб прибуток від торгівлі кожної країни був не менше ніж її національний бюджет, тобто:  $p_i \geq x_i$  для усіх  $i$ , тому

$$q_{i1}x_1 + q_{i2}x_2 + q_{i3}x_3 \geq x_i, \quad i = 1, 2, 3. \quad (3)$$

Умовою бездефіцитної торгівлі є рівність

$$p_i = x_i, \quad i = 1, 2, 3. \quad (4)$$

Якщо ввести вектор бюджетів  $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3)$ , то система (2) з урахуванням рівності (4) набуває вигляду

$$Q \cdot \bar{x} = \bar{x}.$$

Це рівняння означає, що власний вектор матриці  $Q$ , що відповідає значенню  $\lambda = 1$ , складається з бюджетів країн, що ведуть збалансовану торгівлю. Отже, задача зводиться до знаходження власного вектора структурної матриці торгівлі, що відповідає власному значенню  $\lambda = 1$ , тобто

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Розв'язок цієї системи  $X = \begin{pmatrix} 2x_3 \\ 3 \\ 2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ .

Отриманий результат означає, що збалансованість торгівлі даних країн досягається при співвідношенні їхніх бюджетів  $2 : \frac{3}{2} : 1$ .

Знайдемо доходи країн, які задовольняли б збалансовану бездефіцитну торгівлю за умови, що сума доходів  $x_1 + x_2 + x_3 = 9000$  євро.

Підставивши цю рівність відповідні значення, одержимо, що  $x_1 = 4000$ ,  $x_2 = 3000$ ,  $x_3 = 2000$  євро.

При вивченні диференціального й інтегрального числення можна розв'язувати значну кількість прикладних задач, оскільки функції, рівняння, нерівності як математичні моделі дають змогу пояснити та записати багато економічних процесів і явищ (функції попиту і пропозиції, витрат і доходу, умови рівноваги попиту і пропозиції), що сприятиме усвідомленню того, що основні математичні об'єкти описують реальні економічні явища.

За допомогою засобів диференціального числення можна знаходити еластичність попиту й еластичність пропозиції відносно ціни, а при вивченні інтегрального числення розглядати задачі про обсяг виробництва, зміну прибутку і доходу [2, 4, 5]. При вивченні функцій багатьох змінних доцільно вивчати задачу про максимальний прибуток [2, 5]. Рівень економічного ризику неможливо оцінити без використання основ теорії ймовірностей і математичної статистики.

Отже, можемо зробити висновок, що належний рівень математичної підготовки студентів економічного спрямування неможливо забезпечити без навчання на основі системи професійно-орієнтованих прикладних задач. Тільки з її допомогою студент досягне свого максимального рівня, а вміння застосовувати математичний апарат при розв'язуванні задач, які відповідають майбутній спеціальності, допоможе у застосуванні математичного моделювання під час подальшого навчання, а також під час курсового та дипломного проектування.

Таким чином, набуття студентами вмінь та навичок при розв'язанні прикладних задач, у яких використовуються математичні об'єкти відповідно до більшості розділів математичних дисциплін, повинно бути невід'ємною складовою освітнього процесу.

#### Перелік використаних джерел

1. Барковський В.В., Барковська Н.В. Математика для економістів. – Київ: Нац. академія управління, 1997. – 382 с.
2. Буценко Ю.П., Диховичний О.О., Тимошенко О.А. Математичні моделі в економічних задачах :практикум. – Київ: НТУУ «КПІ», 2014. – 57 с.
3. Волощенко А.Б., Джалладова І.А. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч. посіб. Київ: КНЕУ, 2003. – 256 с.
4. Грисенко М.В. Математика для економістів. Методи і моделі, приклади та задачі. Київ: Либідь, 2007. – 719 с.
5. Кундышева Е.С. Экономико-математическое моделирование: учебник / под науч. ред. проф. Б.А. Сулакова. – Москва: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К<sup>о</sup>», 2012. – 424 с.