СЕКЦІЯ 4

МАТЕМАТИКА В СУЧАСНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ

Віталій Іванов

студент спеціальності «Транспортні технології»,

освітній ступінь «бакалавр»

Науковий керівник: Громик А.П.

к.т.н., завідувач кафедри математичних дисциплін і моделювання,

Подільський державний аграрно-технічний університет,

м. Кам’янець-Подільський

РОЗВИТОК ТЕОРІЇ ГІБРИДНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

За останні десятиріччя в практику аналітичної теорії теплопровідності, теплофізики, дифузії, термомеханіки, теорії пружності, теорії електричних кіл та інші розділи математичної фізики глибоко проник метод інтегральних перетворень, який дає можливість побудувати в аналітичному вигляді розв’язки крайових і мішаних задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними через їх інтегральне зображення

Метод інтегральних перетворень виник у зв’язку з необхідністю строгого математичного обґрунтування символьного числення, яке розвивалося багатьма вченими і знайшло ефективне застосування для розв’язування різних задач електротехніки в працях англійського інженера О. Хевісайда. Обґрунтування символьного числення (операційного числення) було дано на початку 20-го століття на основі використання перетворення Лапласа, яке можна вважати історично першим інтегральним перетворенням.

З точки зору математики метод інтегральних перетворень еквівалентний методу власних функцій, але він має і суттєві переваги, до яких слід віднести, у першу чергу, стандартну техніку обчислень, а також можливість подання розв’язку задачі у різних формах. Це особливо важливо при застосуванні, коли розв’язки необхідно одержувати в зручному для подальших інженерних розрахунків вигляді, як для малих, так і для великих значень аргументів.

Нарешті, при наявності великої кількості таблиць прямих та обернених перетворень процес розв’язання задач значно спрощується і прискорюється. Проте необхідно зауважити, що для методу інтегральних перетворень властиві ті ж обмеження, що і для методу відокремлення змінних, тобто він застосовний лише для лінійних диференціальних рівнянь з лінійними крайовими умовами, хоча є спроби його застосування для розв’язання деяких нелінійних крайових задач.

Інтегральні перетворення, що використовуються в задачах математичної фізики, умовно можна поділити на три класи:

1) перетворення щодо часової змінної на проміжку (0; ∞);

2) перетворення щодо геометричних змінних в нескінченних межах;

3) перетворення щодо геометричних змінних в скінченних межах.

До першого класу відносять перетворення Лапласа та Лапласа-Карсона, які є підґрунтям операційного числення. До другого і третього класу належать перетворення Фур’є, Фур’є-Бесселя, Вебера, Ганкеля, Мелліна, Мелера-Фока, Конторовича-Лєбєдєва та ін., вибір яких визначається геометрією області геометричних змінних і структурою диференціального оператора та заданих крайових умов.

Останнім часом у зв’язку з широким використанням композитних матеріалів (у будівництві, техніці, технологіях), виникла необхідність в розрахунку температур і температурних напружень у тілах, які складаються з матеріалів, що мають різні фізико-технічні характеристики. У цьому контексті особливої уваги заслуговує досить поширений у другій половині XX століття для вивчення стану композитних об’єктів метод кусково-сталих фізико-технічних характеристик [1]. Але його застосування приводить до диференціальних рівнянь із сингулярними коефіцієнтами, тому одержати точні розв'язки відповідних задач математичної фізики навіть у найбільш простих випадках практично неможливо.

Ці труднощі можна обійти, якщо здійснити моделювання досліджуваного фізичного процесу методом гібридних диференціальних операторів, що вимагає відповідного математичного апарату. Зокрема, виникає необхідність у побудові таких інтегральних перетворень, які б давали можливість алгебраїзації диференціальних рівнянь з кусково-неперервними коефіцієнтами. Перетворення вказаного типу одержали назву гібридних інтегральних перетворень.

В кінці 60-х років минулого століття з'явились роботи Я.С. Уфлянда та його учнів, в яких класичні інтегральні перетворення Фур'є, Фур'є-Бесселя, Лежандра поширюються на випадок складених областей [4–6]. Своє продовження ці дослідження знайшли у працях В.С. Проценка [7]. Подальший розвиток теорія гібридних інтегральних перетворень знайшла у працях М.П. Ленюка та його учнів [8–9].

Наявність основної тотожності інтегрального перетворення відповідного гібридного диференціального оператора надає можливість успішно застосовувати ці перетворення до розв'язування лінійних крайових задач математичної фізики кусково-однорідних середовищ у різних системах координат [9–12].

Зазначимо також, що при розв'язуванні осесиметричних задач теорії потенціалу в областях, утворених двома сферами, що перетинаються, та в областях, обмежених поверхнями гіперболоїдів обертання і тороїдальними поверхнями, ефективним є використання інтегральних перетворень Мелера-Фока, породжених диференціальним оператором Лежандра. Дослідженню узагальненого диференціального оператора Лежандра, побудові інтегральних і гібридних інтегральних перетворень, породжених цим оператором, присвячені роботи Н.О. Вірченко, І.М. Конета, М.П. Ленюка, І.А. Федотової [13–14].

У нашій публікаціївисвітлено питання розвитку теорії гібридних інтегральних перетворень та її застосувань до задач математичної фізики кусково-однорідних середовищ, зокрема, аналітичної теорії теплопровідності. Основну увагу зосереджено на гібридних інтегральних перетвореннях, породжених класичними диференціальними операторами математичної фізики (Бесселя, Фур'є, Лежандра).

Перелік використаних джерел

1. Подстригач Я.С., Коляно Ю.М. Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пpастинках. К.: Наук. Думка. – 1972. – 208 с.

2. Подстригач Я.С., Коляно Ю.М. Обобщенная термомеханика. – К.: Наук. Думка. – 1976. – 310 с.

3. Подстригач Я.С., Ломакин В.А., Коляно Ю.М. Термоупругость тел неоднородной структуры. – М.: Наука. – 1984. – 368 с.

4. Уфлянд Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. М.: Наука. – 1967. – 402 с.

5. Белова Н.А. Об одном разложении в интеграл по сферическим функциям первого и второго рода. *Дифференц. уравнения.* – 1969. – Т. 5.– №11. – С. 2006–2010.

6. Юшкова Е.А. О некоторых сингулярных краевых задачах для уравнения Бесселя и их приложений в математической физике. *Дифференц. уравнения.* – 1967. – Т. 3. – №10. – С. 1403-1407.

7. Проценко В.С., Соловьев А.И. Некоторые гибридные интегральные преобразования и их приложения к теории упругости неоднородных сред. *Прикладная математика*. – 1982. – Т. XIII. – №1. – С. 62–67.

8. Ленюк М.П., Петрик М.Р. Інтегральні перетворення Фур'є–Бесселя із спектральним параметром в задачах математичного моделювання масопереносу в неоднорідних середовищах. – К.: Наук. Думка. – 2000. – 372 с.

9. Конет І.М. Стаціонарні та нестаціонарні температурні поля в ортотропних сферичних областях. – К.: Ін-т математики НАН України. – 1998. – 209 с.

10. Конет І.М., Ленюк М.П. Температурні поля в кусково-однорідних циліндричних областях. – Чернівці: Прут. – 2004. – 276 с.

11. Громик А.П., Конет І.М., Ленюк М.П. Температурні поля в кусково-однорідних просторових середовищах: монографія. – Кам'янець-Подільський: Абетка-Світ, 2011. – 200 с.

12. Громик А.П. Математичне моделювання коливних процесів у кусково-однорідному клиновидному циліндрично-круговому просторі. *Математичне та комп'ютерне моделювання.Серія: Технічні науки*. – Кам'янець-Подільський. – 2017. – Вип. 16. – С. 41-53.

13. Вирченко Н.А., Федотова И.А. Обобщенные функции Лежандра и их применение. – К.: НТУУ (КПИ). – 1998. – 158 с.

14. Конет І.М., Ленюк М.П. Інтегральні перетворення типу Мелера-Фока. Чернівці: Прут. – 2002. – 248 с.