Татьянченко Борис
к.т.н., доцент
Калнагуз Олексій
старший викладач
Сумський національний аграрний університет
м. Суми

ЩОДО ФОРМИ ЛОПАТКИ РОЗКИДАЧІВ ОРГАНІЧНИХ ДОБРИВ

Відцентрові лопатеві пристрої використовуються не тільки для переміщення рідин і газів (насоси, вентилятори), але й для надання швидкості твердим тілам. Наприклад, у механічних дробеструйних установках для очищення й зміцнення металевих поверхонь розгін сферичних часток проводиться лопатками обертового ротора. Цей же принцип застосований у конструкції спеціальної центрифуги [1], де самофугування сферичних часток відбувається під час їх обертання відносно власних центрів ваги при вильоті з ротора, та в інших конструкціях. У всіх цих випадках швидкість часток, час їх руху по напрямних розгінного пристрою й інші параметри істотно залежать від форми напрямної лопатки. Спроба отримати рівняння брахістохрони у відцентровому полі була зроблена в роботі [2]. Пізніше ця задача вирішувалася при профілюванні лопаток оптимальної форми для метателів ґрунту [3, 4]. Відомі роботи з розробки просторових лопаток за допомогою брахистохрон у полі відцентрових сил [5], а також створення теорії руху сферичного тіла по поверхні довільної форми з урахуванням сухого і в’язкого тертя [6].

Нехай напрямна *AB* (рис. 1) обертається з постійною кутовою швидкістю ω відносно центра *O*. Тіло, потрапляючи на цю напрямну в момент часу $t=0$ у точці *A* з початковою відносною швидкістю V_0, буде рухатися під дією відцентрової сили уздовж напрямної. Якщо знехтувати тертям, миттєва швидкість $V=\sqrt{V_0^2+\omega^2(r^2-r_0^2)}$. Записуючи через невідому функцію $r=r(\varphi)$ кривої *AB* і її похідну $r^{/}$ елементарну дугу $dS=\sqrt{r^2+(r^{/})^2 d\varphi}$, знаходимо час переміщення тіла від точки *A* до точки *B:*

$$t=\int_0^{t_1}\frac{ds}{V}=\frac{1}{\omega}\int_{\varphi_0}^{\varphi_1}f(\varphi)d\varphi,\ \text{де}\ f(\varphi)=\sqrt{\frac{r^2+(r^{/})^2}{r^2-k^2}},\quad k=\frac{\sqrt{\omega^2r_0^2-V_0^2}}{\omega}$$

Умова Єйлера-Лагранжа мінімуму цього інтегралу $f-r^{/}\dfrac{\partial f}{\partial r^{/}}=\mathrm{const}$ у даному випадку буде: $r^2=C\sqrt{(r^2+(r^{/})^2)(r^2-k^2)}$, де C – постійна. З умови Лежандра, що вимагає невід’ємності другої часткової похідної від функції $f(\varphi)$ по $r^{/}$ для того, щоб шукана екстремаль давала мінімум певному інтегралу, випливає, що постійна C повинна бути позитивною.

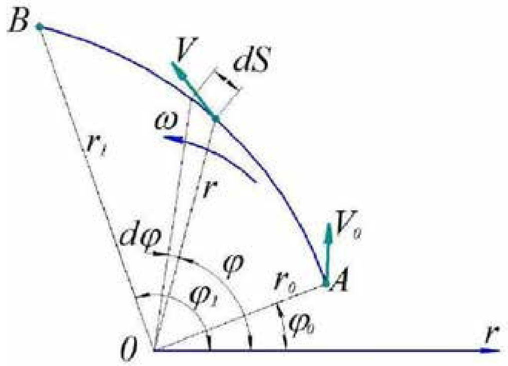

Рис. 1. Розрахункова схема руху матеріальної точки у відцентровому полі

Вирішуючи останнє рівняння відносно $r' = dr/d\varphi$, після розділення змінних одержимо вихідне диференціальне рівняння:

$$d\varphi = C\left(\frac{rdr}{k^2\sqrt{R}} - \frac{dr}{r\sqrt{R}}\right),$$

де $R = ar^4 + br^2 + c$; $a = \frac{1-C^2}{k^4}$; $b = \frac{2C^2-1}{k^2}$; $c = -C^2$. Інтегруючи це рівняння, після знаходження постійних інтегрування з умови (r=r_0, φ_0=0) отримаємо два рівняння:

$$\varphi = \frac{C}{2\sqrt{1-C^2}}\ln\left|u+\sqrt{u^2-1}\right| + \frac{1}{2}arcsin\upsilon - \frac{\pi}{4} \text{ при } C<1;$$

$$\varphi = \frac{1}{2}arcsin\upsilon - \frac{C}{2\sqrt{C^2-1}}arcsinu + \frac{\pi}{4}\left(\frac{C}{\sqrt{C^2-1}}-1\right) \text{ при } C>1,$$

де $u = 2(1-C^2)\frac{r^2}{k^2} + 2C^2 - 1$; $\upsilon = 1 - 2C^2(1-\frac{k^2}{r^2})$.

Друге рівняння має обмежену область застосування, обумовлену умовами існування arcsin$u$ та arcsinυ, з яких випливає $r_1/r_0 \le n$, що після підстановки в рівняння $\varphi = \varphi(r)$ й виключення постійної C дає $\varphi_1 \ge \frac{\pi}{2}\left(\frac{r_1}{r_0}-1\right)$.

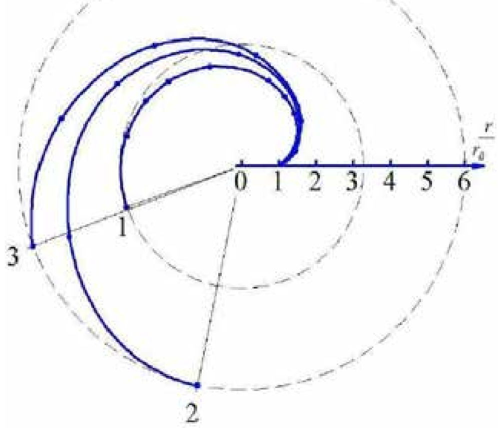

Рис. 2. Приклад брахістохрон з різними значеннями постійних інтегрування: 1. – С<1; 2. – С=1; 3. – С>1

На рис. 2, як приклад, побудовані брахістохрони, відповідні до граничних умов $(r/r_0 = 1; \varphi_0 = 0)$ і I - $(r/r_0 = 6;\ \varphi_1 = 1{,}6\pi), C = 0{,}976;$ II - $(r/r_0 = 6), C = 1;$ III - $(r/r_0 = 2{,}5;\ \varphi_1 = 0{,}8\pi),\ C = 1{,}091.$

Отримані результати можуть бути корисними при профілюванні відцентрових розгінних пристроїв і лопатевих систем.

Список використаних джерел

1. Холин Б. Г., Татьянченко Б. Я. Способ центрифугирования зернистых материалов и фактор разделения. Теоретические основы химической технологии, 1979, № 3, т. XIII.

2. Холин Б. Г., Татьянченко Б. Я. Брахистохрона в центробежном поле. *Известие Вузов. Машиностроение*. М., Изд-во МВТУ им. Баумана, 1982. №2. С. 42-44.

3. Семкив О. М., Шатохин В. М., Попова А. Н. Исследование движения частицы грунта по лопатке с профилем оптимальной формы в поле центробежных сил инерции. Міжвідомчий науково технічний збірник Технічна естетика і дизайн. К. : КНУБА, 2012. Вип. 11. С. 165-174.

4. Шатохін В. М., Семків О. М., Попова А. М. Удосконалення форми лопаті роторного розкидача ґрунту для гасіння лісових пожеж. *Збірник наукових праць ЛДУ БЖД.* Львів : ЛДУ БЖД, 2012. Вип. 21. С. 188-194.

5. Шатохин В. М., Семкив О. М., Попова А. М. Построение пространственных лопаток грунтометателя с помощью брахистрон для поля центробежных сил инерции. *Енергоефктивність в будівництві та архітектурі.* Київ : КНУБА, 2013. Вип. 5. С. 143-152.

6. Гладков С. О., Богданова С. Б. К теории движения шарика по вращающейся брахистохроне с учетом сил трения. *Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та.* Москва : Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет (МАИ), 2017. Вип. №2.