

Кроль Володимир

старший викладач

Федірко Павло

к.т.н., доцент

Слободян Сергій

к.ф-м.н., доцент

Подільський державний аграрно-технічний університет

м. Кам'янець-Подільський

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ РОЗПОДІЛУ ВЕЙБУЛЛА ЗАСОБАМИ ТАБЛИЧНОГО ПРОЦЕСОРА LIBREOFFICE CALC

Розподіл Вейбулла широко використовується в теорії надійності для опису імовірності відмов техніки і обладнання внаслідок старіння і зношення, складних технічних систем з послідовним включенням елементів і їх дублюванням, коли потік відмов змінюється в часі, прогнозуванні ремонтних впливів і формуванні необхідних запасів запчастин і обмінних фондів.

Закон описує безперервні випадкові величини і виражається формулами [1; 2]:

$$F(t) = 1 - \exp\left[-(t/a)^b\right], \quad (1)$$

$$f(t) = \frac{b}{a} \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} \exp\left[-(t/a)^b\right], \quad (2)$$

де $F(t)$ і $f(t)$ – відповідно інтегральна і диференціальна функції розподілу;
 a і b – параметри розподілу (емпіричні коефіцієнти).

Параметр a визначає масштаб, а параметр b – асиметрію кривих розподілу. Точно визначивши параметри розподілу, можна створити математичну модель максимально наближену до дослідних даних і підвищити достовірність прогнозів показників надійності.

При певних значеннях a і b закон розподілу Вейбулла перетворюється у закон Реллея або експоненціальний закон. Універсальність і гнучкість обумовлюють популярність закону Вейбулла в аналізі надійності технічних систем, але складність визначення його параметрів розподілу обмежує його практичне використання.

При наявності масиву дослідних даних, параметр b може бути визначений з рівняння:

$$\frac{N}{b} + \sum_{i=1}^k \ln t_i \cdot m_i = \frac{N \sum_{i=1}^k t_i^b \cdot \ln t_i \cdot m_i}{\sum_{i=1}^k t_i^b \cdot m_i}, \quad (3)$$

де t_i — значення середини i -того інтервалу статистичного ряду;
 m_i — кількість значень у інтервалі;
 N — загальна кількість випробувань.
Параметр a знаходять за формулою:

$$a = b \sqrt[k]{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^k t_i^b \cdot m_i} \quad (4)$$

Для визначення параметра b можна скористатися кількома різними способами, до яких відносяться: графо - аналітичний метод, метод моментів і метод максимальної правдоподібності [3].

При застосуванні графо - аналітичного методу ліву і праву частину рівняння (3) вважають відповідно функціями y_1 та y_2 , підставляючи у які значення b в межах від 1 до 4 і дослідні дані, будують графіки і знаходять точку їх перетину. Абсциса цієї точки і є розв'язком. Рекомендується будувати криві не менш як за чотирма точками. Очевидно, що точність визначення параметра b значною мірою залежить від акуратності побудови графіків і їх масштабу.

Метод моментів дозволяє визначити параметр b через коефіцієнт варіації, вирахований на основі дослідних даних із застосуванням табульованих значень параметрів і коефіцієнтів закону розподілу Вейбулла. Похибки, пов'язані з інтерполяцією, будуть меншими, ніж у попередньому випадку.

Для побудови графіків інтегральної і диференціальної функцій розподілу в обох варіантах знадобляться таблиці значень $F(t)$ і $f(t)$ і виникнуть додаткові похибки при відліку даних по осях.

Метод максимальної правдоподібності вимагає значного об'єму обчислень, при яких ліву і праву частину рівняння (3) врівноважують, змінюючи значення b в межах від 1 до 4 методом перебору або застосовуючи градієнтний пошук для мінімізації кількості ітерацій.

Вручну такі обчислення проводити досить складно, тож до недавнього часу використання методу потребувало залучення потужних електронно-обчислювальних машин і складних та вартісних спеціалізованих математичних пакетів. Втім, на сьогоднішній день ситуація змінилась на краще: сучасний персональний комп'ютер або планшет має достатню обчислювальну потужність для проведення досить складних розрахунків і візуалізації одержаних результатів. Крім того, табличні процесори навіть у деяких безкоштовних офісних пакетах мають функції для роботи з основними законами розподілу випадкових величин, дають можливість проводити ймовірнісні розрахунки і розв'язувати оптимізаційні задачі. Для поставленої задачі було обрано безкоштовний офісний пакет LibreOffice 5 [4].

Розрахунок проводиться наступним чином: розбивши масив дослідних

даних на інтервали, визначаємо їх середні значення і кількість значень у кожному них і заповнюємо перші два рядки таблиці. Сума членів другого рядка – це загальна кількість випробувань N .

Середнє значення інтервалу t_i , год	1750	2250	2750	3250	3750	4250	4750	5250	5750	6250	6750
Частота повтор., m_i	2	11	13	19	8	3	3	3	1	1	1
$\ln t_i \cdot m_i$											
t_i^b											
$t_i^b \cdot m_i$											
$t_i^b \cdot \ln t_i \cdot m_i$											

Записавши в одну із вільних комірок таблиці початкове значення параметра b , наприклад 1, у наступних рядках розраховуємо для кожного інтервалу елементи рівняння (3), що знаходяться під знаками суми: $\ln t_i m_i$, $t_i^b m_i$, $t_i^b \ln t_i m_i$.

В окремих комірках обчислюємо значення лівої і правої частини рівняння (3) і знаходимо їх різницю в наступній комірці таблиці. В додаткову комірку вписуємо формулу для розрахунку параметра a .

Увійшовши в меню “Сервіс” обираємо пункт “Підбір параметра”. У віконці, що відкрилося, в якості “Цільової комірки” вказуємо клітинку, яка містить різницю лівої і правої частини рівняння (3), вписуємо 0 у “Цільове значення”, даємо посилання на клітинку з початковим значенням параметра b в пункті “Комірка, що змінюється”. Натиснувши кнопку “ОК” і погодившись на вставку одержаного значення в комірку, що змінюється, робимо перерахунок усієї таблиці з новими, оптимізованими значеннями параметрів a і b .

Використовуючи функцію WEIBULL(t ; a ; b ; 0), з високою точністю обчислюємо значення кумулятивної (інтегральної) функції розподілу для обраних значень t , а замінивши 0 на 1, WEIBULL(t ; a ; b ; 1) - одержуємо значення диференціальної функцій. При необхідності, за одержаними значеннями можуть бути побудовані відповідні графіки (меню “Вставка”, “Діаграма”).

Весь процес обчислень займає лічені секунди. Можна також застосувати "Решатель" (Solver), який дозволяє розв'язувати рівняння з кількома невідомими за допомогою методів розв'язання зворотніх задач.

Список використаних джерел

1. Кобзарь А. И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. М. : Физматлит, 2006. 816 с.
2. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения : Учеб.пособие для втузов. М. : Высшая школа, 2000.

383 с.

3. Прейсман В. И. Основы надежности сельскохозяйственной техники. К. : Вища школа, 1988. 246 с.

4. LibreOffice Documentation. URL : <http://www.libreoffice.org/get-help/documentation/>



Кувачов Володимир

к.т.н., доцент

Таврійський державний агротехнологічний університет

м. Мелітополь

ДОСЛІДЖЕННЯ ПОПЕРЕЧНИХ ЗМІЩЕНЬ РОБОЧИХ ОРГАНІВ ШИРОКОКОЛІЙНИХ АГРОЗАСОБІВ ДЛЯ КОЛІЙНОЇ СИСТЕМИ ЗЕМЛЕРОБСТВА

Дослідження і вивчення стійкості руху спеціалізованих ширококолійних агрозасобів, призначених для колійної та мостової систем землеробства, є предметом особливої уваги [1-5]. Зокрема і тому, що їх курсове кутове відхилення призводить до суттєвих зміщень робочих органів, особливо крайніх. І, в залежності від величини захисної зони, безпосередньо впливає на пошкоджуваність рослин у рядку.

Метою досліджень є розробка математичних залежностей, що дозволять визначити допустимі межі поперечних зміщень робочих органів ширококолійного агрозасобу і обґрунтувати величину захисної зони, виходячи за умов відсутності пошкоджуваності рослин.

Поперечні зміщення робочих органів за рахунок кутових поворотів агрозасобу залежать від величини останніх, які весь час змінюються, і параметрів, що характеризують їх розміщення. А як відомо з теорії імовірності, наявність у загальній сукупності незалежних змінних факторів, що діють на протікання одного з превалюючих процесів, може привести до невідповідності закону нормального розподілу. Саме такий випадок має місце при поперечному зміщенні робочих органів, де постійно діючим фактором на протікання процесу є параметр, який характеризує розміщення його в агрегаті.

В результаті досліджень встановлено, що «внутрішнє» і «зовнішнє» зміщення робочих органів не рівні між собою при одному і тому ж кутовому відхиленні агрозасобу. Різниця у зміщеннях крайніх робочих органів зростає із збільшенням колії агрозасобу і курсового кута відхилення. При невеликих значеннях вказаних параметрів різниця зміщень незначна. Тому, для