МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАКЛАД ВИЩОЇ ОСВІТИ
«ПОДІЛЬСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ ЕНЕРГЕТИКИ ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

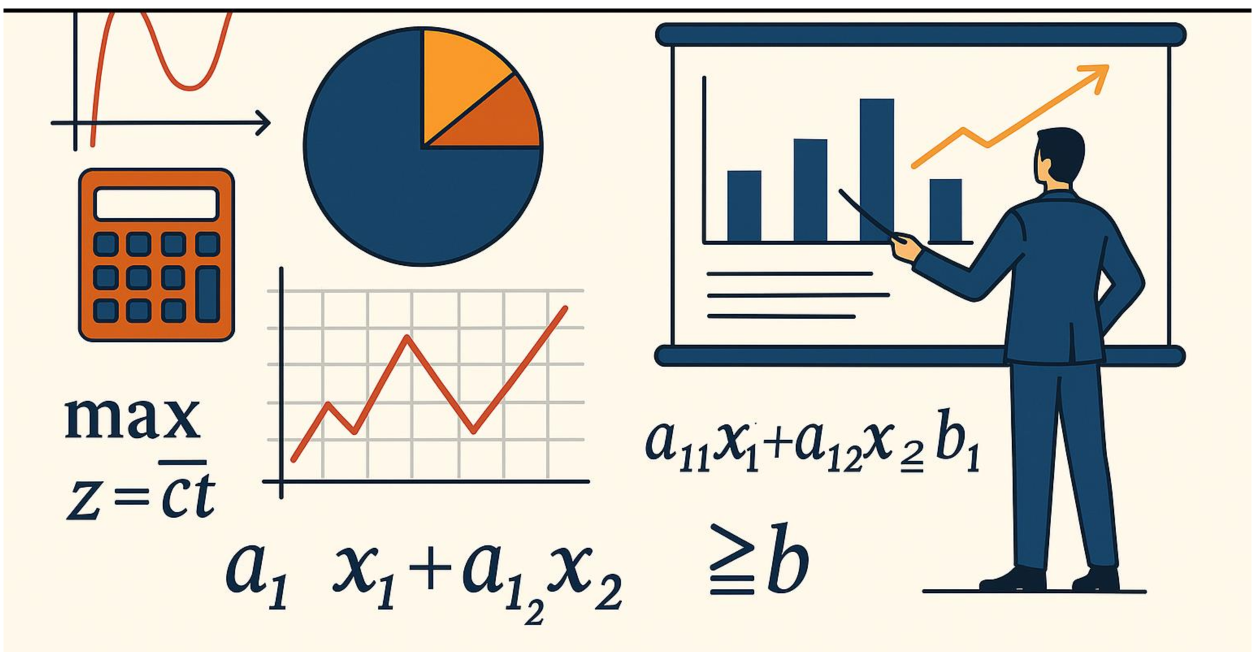
Кафедра інформаційних технологій,
фізико-математичних та безпекових дисциплін

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ І МЕТОДИ В МЕНЕДЖМЕНТІ

методичні рекомендації

для здобувачів вищої освіти третього (освітньо-наукового) рівня

освіти за спеціальністю D3 «Менеджмент»



Кам’янець-Подільський
2025

УДК 519.86:658

Укладач:

МУШЕНИК Ірина Миколаївна

кандидат економічних наук, доцент, доцент кафедри інформаційних технологій, фізико-математичних та безпекових дисциплін.

Рекомендовано до друку науково-методичною радою
Закладу вищої освіти «Подільський державний університет»
протокол № 11 від 25 листопада 2025 р.

Рецензенти:

ЗЕЛЕНСЬКИЙ Олексій Віталійович
кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математики Кам΄янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка.

ЧИКУРКОВА Алла Дмитрівна
доктор економічних наук, завідувач кафедри менеджменту, публічного управління та адміністрування Закладу вищої освіти «Подільський державний університет».

М 50 Математичні методи і моделі в менеджменті. Методичні рекомендації для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня освіти за спеціальністю D3 «Менеджмент» / І. М. МУШЕНИК. Кам'янець-Подільський: ЗВО «ПДУ», 2025. 72 с.

Методичні рекомендації з дисципліни «Математичні методи і моделі в менеджменті» охоплюють комплекс тем, спрямованих на розвиток у здобувачів освіти системного підходу до аналізу управлінських процесів, формування аналітичного мислення та вміння приймати обґрунтовані рішення на основі кількісних методів дослідження.
У межах курсу розкриваються теоретичні й практичні засади створення та використання економіко-математичних моделей для дослідження діяльності підприємств, прогнозування ринкових процесів, оцінювання ефективності управлінських рішень і раціонального використання ресурсів. Особливий акцент зроблено на засвоєнні методів кореляційно-регресійного аналізу, оптимізаційних моделей, інструментів лінійного та нелінійного програмування, а також на вивченні методів оцінювання ризиків і системного аналізу у процесі управління.

ЗМІСТ

ВСТУП

Дисципліна «Математичні методи і моделі в менеджменті» є важливою складовою підготовки майбутніх фахівців у галузі управління. Вона спрямована на формування у здобувачів освіти здатності застосовувати кількісні методи аналізу для обґрунтування управлінських рішень, моделювання економічних процесів і підвищення ефективності діяльності підприємств.

У сучасних умовах цифровізації економіки та зростання складності управлінських систем математичне моделювання стає незамінним інструментом для дослідження закономірностей розвитку, оцінювання альтернативних стратегій і прогнозування результатів діяльності організацій. Саме тому вивчення даної дисципліни сприяє розвитку системного мислення, формуванню аналітичних компетентностей і навичок роботи з інформаційно-аналітичними даними.

Методичні рекомендації укладені з метою забезпечення ефективного засвоєння навчального матеріалу, формування практичних умінь побудови та використання економіко-математичних моделей у сфері менеджменту, а також сприяння самостійній роботі здобувачів освіти. У них подано узагальнений теоретичний матеріал, приклади розв’язання типових задач, методичні вказівки до виконання практичних і лабораторних робіт, а також питання для самоконтролю та підготовки до підсумкового оцінювання знань.

Практична робота № 1

Тема: Теоретичні основи застосування економіко-математичних методів та моделей в менеджменті.

Мета роботи: Опанувати навички побудови та розв'язання оптимізаційних економіко-математичних моделей у середовищі Microsoft Excel із застосуванням надбудови Solver. Навчитися формулювати функцію мети, систему обмежень та знаходити оптимальний план виробництва.

Навчальне обладнання: персональний комп'ютер, спеціалізований пакет програм для оптимізації (Solver), методичні інструкції щодо виконання.

Теоретичні відомості

Надбудова Solver у Microsoft Excel дозволяє автоматизувати процес розв'язання задач лінійного, нелінійного та цілочислового програмування. Вона дає змогу:

- знаходити максимальне або мінімальне значення цільової функції (прибуток, витрати, ефективність тощо);
- підбирати оптимальні значення змінних при заданих обмеженнях ресурсів, технологічних чи економічних умов;
- проводити аналіз чутливості та створювати альтернативні сценарії управлінських рішень.

Структура задачі, яку розв'язує Solver

$$\text{Max (або Min) } Z = f(X_1, X_2, ..., X_n)$$

за умов:

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + ... + a_{1n}X_n \leq b_1$$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + ... + a_{2n}X_n \leq b_2$$

$$X_i \geq 0$$

Кожна оптимізаційна задача складається з трьох основних елементів:

1. Цільова функція (Objective Function) – показник, який необхідно оптимізувати.

Наприклад:

$$Z = 50X_1 + 60X_2 \rightarrow \max$$

де Z — загальний прибуток підприємства.

2. Змінні (Decision Variables) — параметри, значення яких підбираються для досягнення мети.

У нашому прикладі це кількість продукції А та В: X_1 та X_2.

3. Обмеження (Constraints) – рівняння або нерівності, що визначають допустиму область рішень.

Вони враховують наявні ресурси, технологічні умови або інші фактори:

$$2X_1 + 4X_2 \leq 40, \quad 3X_1 + 2X_2 \leq 24$$

Типи задач, які розв'язує Solver

1. Лінійне програмування (Simplex LP) — усі залежності лінійні, використовується для виробничих і ресурсних задач.
2. Нелінійне програмування (GRG Nonlinear) — коли цільова функція або обмеження мають нелінійний характер.
3. Еволюційний метод (Evolutionary) — застосовується для складних моделей, коли інші методи не дають точного розв'язку.

Етапи побудови економіко-математичної моделі в Excel

- Постановка задачі — визначення мети, змінних і обмежень.
- Створення таблиці вихідних даних — запис коефіцієнтів витрат, прибутків, запасів ресурсів.
- Формулювання цільової функції — за допомогою функції SUMPRODUCT().

- ➢ Задання обмежень — через логічні вирази (≤, ≥, =).
- ➢ Розв’язання задачі за допомогою Solver — вибір цільової комірки, змінних і методу обчислення.
- ➢ Аналіз результатів — оцінка оптимальних значень, прибутку, використання ресурсів.

Приклади практичного застосування Solver у менеджменті

- ➢ Оптимізація структури виробництва — визначення кількості продукції, яку слід випускати для максимального прибутку.
- ➢ Бюджетне планування — розподіл коштів між проектами з урахуванням ризику й ефективності.
- ➢ Управління запасами — мінімізація витрат на зберігання при забезпеченні необхідного рівня попиту.
- ➢ Маркетингові рішення — вибір оптимального обсягу реклами або знижок для підвищення доходу.

Приклади розв’язання задач

Етапи виконання роботи

Задача. Підприємство спеціалізується на виробництві двох видів продукції — виробу A та виробу B, які виготовляються із використанням двох основних видів ресурсів: праці та матеріалів.

Кожен із цих ресурсів є обмеженим, тому керівництво підприємства має визначити, яку кількість кожного виробу потрібно виготовляти, щоб отримати максимальний прибуток, не перевищуючи наявних запасів ресурсів.

Показники витрат ресурсів і прибутковості подані у таблиці:

Показник	Продукт A	Продукт B	Наявно/права частина	Використано (LHS)	Знак	Баланс (RHS - LHS)
Праця, год	2	4	40	0	<=	40
Матеріали, кг	3	2	24	0	<=	24

Прибуток з одиниці, грн	50	60				
К-сть продукції (змінні) → X1 у B6, X2 у C6	0	0				

Загальний прибуток (ціль)			Цільова комірка:	0	Max	
Показник	**Продукт A**	**Продукт B**	**Наявно/права частина**	**Використано (LHS)**	**Знак**	**Баланс (RHS - LHS)**
Праця, год	2	4	40	0	<=	40
Матеріали, кг	3	2	24	0	<=	24

Прибуток з одиниці, грн	50	60				
К-сть продукції (змінні) → X1 у B6, X2 у C6	0	0				

Загальний прибуток (ціль)			Цільова комірка:	0	Max	

Підприємство має у своєму розпорядженні: 40 годин праці (ресурс працівників або машинного часу); 24 кг матеріалів (сировина, полімер, метал, тощо). Ці ресурси є обмеженнями моделі, тобто підприємство не може перевищувати їх наявну кількість.

Керівництво хоче знайти оптимальний виробничий план: яку кількість виробів A і B слід виготовити, щоб прибуток був максимальним, а ресурси не перевищували встановлені межі.

Це типова задача лінійного програмування, що має вигляд:

$$\text{Maximize } Z = 50X_1 + 60X_2$$

де:

Z — загальний прибуток (грн);
X_1 — кількість виробу **A**, шт.;
X_2 — кількість виробу **B**, шт.

Витрати праці та матеріалів формують систему обмежень:

$$2X_1 + 4X_2 \leq 40 \quad \text{(обмеження за працею)}$$

$$3X_1 + 2X_2 \leq 24 \quad \text{(обмеження за матеріаламі)}$$

Крім того, кількість виробів не може бути від'ємною

$$X_1 \geq 0, \quad X_2 \geq 0$$

X1 — кількість одиниць продукції A, яку слід виготовити. Цей виріб споживає менше праці, але більше матеріалу.

X2 — кількість одиниць продукції B, яку слід виготовити. Цей виріб потребує більше праці, проте менше матеріалу.

Таким чином, між двома видами продукції існує ресурсна взаємозалежність: підприємство має обмежену кількість праці та матеріалів, тому не може збільшувати виробництво обох одночасно. Необхідно знайти такий баланс між X1та X2, який забезпечить найбільший прибуток.

Розв'язання цієї задачі дозволяє:

- оцінити ефективність використання ресурсів (чи використовуються всі повністю, чи залишаються невикористані резерви);
- визначити, який із виробів є економічно вигіднішим у поточних умовах;
- обґрунтувати виробничу стратегію підприємства при фіксованих обмеженнях.

Розв'язання

1. *Перевірте вихідні дані:*

Коефіцієнти витрат: Праця: у B2=2, C2=4, D2=40 (ліміт) Матеріали: у B3=3, C3=2, D3=24 (ліміт). Прибутки за одиницю: B5=50, C5=60. Змінні (кількість продукції): B6=X1, C6=X2 (почніть із 0)

Розрахунки:

Використано ресурсів: E2 = SUMPRODUCT($B$6:$C$6, B2:C2), E3 = SUMPRODUCT($B$6:$C$6, B3:C3)

Баланс (резерв): G2 = D2−E2, G3 = D3−E3

Ціль (прибуток): E8 = SUMPRODUCT($B$6:$C$6,$B$5:$C$5)

Увімкнення Solver (якщо не видно)

Файл → Параметри → Надбудови → внизу «Керування: Надбудови Excel» → Перейти → позначити Solver Add-in → OK.
На вкладці Дані з'явиться кнопка Пошук рішення (Solver).

1. Дані → Пошук рішення.
2. Встановити цільову комірку (Set Objective): виберіть E8.
3. Оптимізувати: перемкніть на Max (максимізація).
4. Змінювані комірки (By Changing Variable Cells): виділіть B6:C6.
5. Обмеження (Subject to the Constraints) → «Додати…» і по черзі внесіть:
    - E2 <= D2 (обмеження за працею)
    - E3 <= D3 (обмеження за матеріалами)
    - B6 >= 0
    - C6 >= 0 (за бажанням можна додати цілочисельність: «int B6:C6»

Вибір методу (Select a Solving Method): Simplex LP.

Натисніть Розв'язати (Solve).

У діалоговому вікні результатів залиште «Залишити розв'язок Solver» та (за потреби) позначте звіти:

- Звіт про відповіді (Answer Report)
- Звіт про чутливість (Sensitivity Report) — доступний для LP-моделей (Simplex)
- Звіт про межі (Limits Report)

Натисніть OK — Solver запише оптимальні значення у B6 та C6, а E8 покаже максимальний прибуток.

Очікуваний результат (для заданих даних)

X1 (B6) = 2, X2 (C6) = 9

Прибуток (E8) = 640 грн

Перевірка використання ресурсів:

- Праця: E2 = 2·2 + 4·9 = 40 (повністю використано, G2=0)
- Матеріали: E3 = 3·2 + 2·9 = 24 (повністю використано, G3=0)

Варіанти постановки та їх налаштування в Solver

1. Цілочисельний план (без дробів):

- У вікні обмежень натисніть «Додати…» → «int» для B6:C6.
- Метод залиште Simplex LP (Solver сам перемкне на змішане ціле LP), або використайте Evolutionary для складніших випадків.
- Рішення залишиться (2; 9), бо воно вже ціле.

2. Мінімізація витрат:

- Замініть E8 на суму витрат (наприклад, якщо задача інша).
- Установіть Min замість Max.

3. Додаткова умова попиту/виробничої політики:

- Напр., «X2 ≥ 5» або «X1 : X2 ≥ 1 : 3» (останнє задається як X1 − (1/3)·X2 ≥ 0 у додатковій розрахунковій комірці).

4. Обмеження по зміні (верхні/нижні межі для X):

- Додайте: B6 <= U1, C6 <= U2 (U1, U2 — параметри у видимих клітинках).

Типові помилки та як їх уникнути

– Невірна цільова комірка: впевніться, що E8 містить саме формулу прибутку SUMPRODUCT($B$6:$C$6,$B$5:$C$5).

– Неправильні посилання в обмеженнях: у вікні Solver не підставляйте формули вручну — посилайтесь на E2, E3, D2, D3.

– Увімкнена «Нелінійність» випадково: для нашої лінійної задачі завжди обирайте Simplex LP.

– Несумісні обмеження: якщо Solver каже «No feasible solution», перевірте, чи реалістичні ліміти (можливо, занадто малі).

Задачі для самостійної роботи

Задача 1. Оптимізація виробничої програми (2 продукти)

Підприємство виробляє два види товарів — X і Y. Для їх виробництва потрібні три ресурси: праця, сировина та обладнання. Необхідно визначити оптимальний обсяг виробництва кожного товару, щоб максимізувати прибуток, не перевищуючи доступних ресурсів.

Ресурс	**На одиницю X**	**На одиницю Y**	**Наявно**
Праця, год	2	3	60
Сировина, кг	5	2	80
Обладнання, маш.-год	3	4	72
Прибуток, грн	80	120	—

Задача 2. Мінімізація витрат на перевезення

Підприємство має два склади (S1, S2) і три торгові точки (T1, T2, T3). Відомі обсяги запасів на складах і потреби магазинів, а також вартість перевезення 1 тонни (грн). Потрібно мінімізувати загальні витрати на перевезення, побудувавши модель транспортної задачі у Excel Solver.

	T1	T2	T3	Запаси
S1	40	60	80	120
S2	50	40	70	100
Попит	60	100	60	—

Задача 3. Розподіл бюджету між проєктами

Компанія планує інвестувати кошти у три проєкти: A, B, C. Відомі очікувана рентабельність і межі інвестицій. Потрібно розподілити бюджет між проєктами так, щоб максимізувати загальний прибуток.

Проєкт	Рентабельність, %	Мін. вкладення, тис. грн	Макс. вкладення, тис. грн
A	8	100	300
B	12	150	400
C	10	200	500
Загальний бюджет	—	—	1000

Задача 4. Планування виробництва в умовах сезонності

Підприємство виробляє один продукт протягом трьох місяців. Попит, витрати на виробництво і зберігання різні для кожного місяця. Необхідно мінімізувати сумарні витрати (виробництво + зберігання), склавши оптимальний план виробництва в Solver.

Місяць	Попит, од.	Макс. виробництво, од.	Собівартість, грн	Витрати на зберігання, грн/од.
1	150	200	60	5
2	180	220	55	5
3	210	180	50	—

Задача 5. Оптимізація використання персоналу

Компанія планує розподілити працівників між трьома проєктами, щоб максимізувати загальну продуктивність. Для кожного проєкту відома продуктивність одного працівника та допустимі межі кількості працівників.

Проєкт	Продуктивність одного працівника (балів)	Мін. працівників	Макс. працівників
A	80	5	15
B	70	10	20
C	90	8	12
Загалом працівників	—	—	40

Питання для самоконтролю

1. Що таке цільова функція в задачах оптимізації?
2. Які змінні називають керованими у моделі?
3. Що таке система обмежень у задачі оптимізації?
4. У чому полягає різниця між лінійним, нелінійним та еволюційним методами Solver?
5. Який алгоритм побудови оптимізаційної моделі в Excel? Назвіть етапи.
6. Як інтерпретувати результат: що означає повне використання ресурсів у моделі?

Практична робота № 2

Тема: Методи регресійного та кореляційного аналізу в менеджменті.

Мета роботи: Ознайомитися з теоретичними основами кореляційного та регресійного аналізу, навчитися будувати рівняння регресії, оцінювати тісноту зв'язку між економічними показниками та перевіряти адекватність моделі за допомогою інструментів Microsoft Excel, зокрема надбудови Solver.

Навчальне обладнання: персональний комп'ютер, спеціалізований пакет програм для оптимізації (Solver), методичні інструкції щодо виконання.

Теоретичні відомості

Кореляційний аналіз – це метод статистичного дослідження, який дозволяє оцінити ступінь і напрям зв'язку між двома або кількома змінними. Основним показником є коефіцієнт кореляції (r), який варіює від –1 до +1.

Регресійний аналіз використовується для побудови рівняння, яке описує залежність результативного показника (Y) від одного або кількох факторних (X_1, X_2, …, Xn) показників. Основне завдання — знайти параметри рівняння, що мінімізують суму квадратів відхилень фактичних і розрахованих значень.

Типове рівняння лінійної регресії:

$$Y = a + bX$$

Для множинної регресії:

$$Y = a + b_1X_1 + b_2X_2 + ... + b_nX_n$$

Умова задачі. Нехай підприємство досліджує залежність обсягу продажів (Y, тис. грн) від:

- витрат на рекламу (X_1, тис. грн);
- чисельності персоналу (X_2, осіб).

Вихідні дані:

№	Витрати на рекламу (X_1)	Чисельність персоналу (X_2)	Обсяг продажів (Y)
1	10	25	210
2	12	27	230
3	15	28	250
4	18	30	290
5	20	31	310
6	22	33	330
7	25	35	370

1. Ввести дані у таблицю Excel.

2. Використати функцію КОРРЕЛ для обчислення коефіцієнта парної кореляції між $Y–X_1$ і $Y–X_2$. У порожній клітинці введіть:=КОРРЕЛ(B2:B8;D2:D8) кореляція між X_1 (реклама) та Y (обсяг продажів) та =КОРРЕЛ(C2:C8;D2:D8) кореляція між X_2 (персонал) та Y.

Інтерпретація:

- Значення $r > 0,8$ — сильний прямий зв'язок.
- $r \approx 0$ — зв'язок відсутній.
- $r < 0$ — зворотний зв'язок.

Побудова допоміжної таблиці для Solver

У нижній частині аркуша (наприклад, починаючи з F1) створіть допоміжну таблицю:

Параметр	Значення
a	0
b_1	0
b_2	0

(спочатку введіть нулі як початкові значення параметрів регресії)

У клітинці E2 введіть формулу розрахункового значення:

=$G$2 + $G$3*B2 + $G$4*C2

Де:

- $G$2 – параметр *a*,
- $G$3 – коефіцієнт b_1,

- \$G\$4 – коефіцієнт b_2.

Скопіюйте формулу вниз до **E8**, щоб отримати розрахункові значення Y для кожного спостереження.

Розрахунок похибки та суми квадратів відхилень

1. У стовпці F обчисліть похибку:

=E2-D2

2. У стовпці G — квадрат похибки:

=(E2-D2)^2

3. У нижній частині стовпця G знайдіть суму квадратів похибок (SSE):

=СУММ(G2:G8)

Використання надбудови Solver

Якщо надбудова Solver ще не активована:

Оберіть Файл → Параметри → Надбудови → Керування: Надбудови Excel → Перейти → Solver Add-in → ОК.

Тепер відкрийте Solver:

Дані → Аналіз → Пошук рішення (Solver).

У вікні налаштуйте параметри:

Поле	Введіть значення
Цільова комірка (Set Objective)	Клітинка з сумою квадратів похибок (SSE)
Рівно (To)	Мінімум (Min)
Змінюючи комірки (By Changing Variable Cells)	клітинки параметрів a, b_1, b_2 (наприклад G2:G4)
Метод розв'язання (Select a Solving Method)	GRG Nonlinear

Натисніть «Виконати» (Solve).

Solver автоматично знайде значення параметрів, що мінімізують суму квадратів відхилень між фактичними та розрахованими Y.

Запис рівняння регресії

Після обчислення ви отримаєте приблизно такі результати:

Параметр	Значення
a	50,8
b_1	8,7
b_2	4,2

Отже, рівняння регресії матиме вигляд:

$$Y = 50,8 + 8,7X_1 + 4,2X_2$$

Перевірка моделі

1. Розрахуйте коефіцієнт детермінації R^2:
2. =1 - (SSE / СУММКВРАЗН(D2:D8;СРЗНАЧ(D2:D8)))

Якщо $R^2 > 0,9$ → модель добре описує залежність.

Побудуйте графік:

- Виділіть фактичні (D2:D8) та розрахункові (E2:E8) значення Y.
- Вставте графік типу «Лінійна» або «Точкова з лініями».
- Назвіть його *Порівняння фактичних і розрахункових даних*.

Інтерпретація результатів

- Коефіцієнт $b_1 = 8,7$ означає, що при збільшенні витрат на рекламу на 1 тис. грн обсяг продажів зростає на ≈ 8,7 тис. грн.
- Коефіцієнт $b_2 = 4,2$ свідчить, що додатковий працівник підвищує продажі на ≈ 4,2 тис. грн.
- Константа a = 50,8 — це базовий рівень продажів за нульових факторів.

A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**
№	X1	X2	Y	Y_		
1	10	25	210	=$G$2+$G$3*B2+$G$4*C2	=E2-D2	=(E2-D2)^2
2	12	27	230	=$G$2+$G$3*B3+$G$4*C3	=E3-D3	=(E3-D3)^2
3	15	28	250	=$G$2+$G$3*B4+$G$4*C4	=E4-D4	=(E4-D4)^2
4	18	30	290	=$G$2+$G$3*B5+$G$4*C5	=E5-D5	=(E5-D5)^2

5	20	31	310	=$G$2+$G$3*B6+$G$4*C6	=E6-D6	=(E6-D6)^2
6	22	33	330	=$G$2+$G$3*B7+$G$4*C7	=E7-D7	=(E7-D7)^2
7	25	35	370	=$G$2+$G$3*B8+$G$4*C8	=E8-D8	=(E8-D8)^2

Модель підтверджує прямий, сильний зв'язок між факторами (реклама, персонал) і результатом (обсяг продажів).

Отримане рівняння можна використовувати для прогнозування майбутніх обсягів продажів або для прийняття управлінських рішень щодо оптимізації бюджету на рекламу й чисельності персоналу.

Задачі для самостійної роботи

Задача 1. Аналіз залежності прибутку від витрат на маркетинг

Підприємство досліджує, як прибуток (Y, тис. грн) залежить від витрат на рекламу (X_1) та витрат на PR-кампанії (X_2).

№	X_1 (реклама, тис. грн)	X_2 (PR, тис. грн)	Y (прибуток, тис. грн)
1	25	15	190
2	30	18	210
3	35	20	250
4	40	23	280
5	45	26	310

Завдання:

Провести кореляційний аналіз між змінними X_1, X_2 та Y.

Побудувати рівняння множинної лінійної регресії:

$$Y = a + b_1X_1 + b_2X_2$$

За допомогою надбудови Excel Solver знайти параметри *a*, b_1, b_2, які мінімізують суму квадратів відхилень між фактичними та розрахунковими значеннями Y.

Обчислити коефіцієнт детермінації R^2 та оцінити адекватність моделі.

Зробити висновки про вплив кожного фактора.

Задача 2. Залежність обсягу виробництва від кількості працівників і вартості обладнання

Підприємство проводить аналіз факторів, що впливають на обсяг виробництва продукції (Y, тис. одиниць).

Передбачається, що основними чинниками є:

- кількість працівників (X_1, осіб),
- вартість встановленого виробничого обладнання (X_2, тис. грн).

Для побудови економіко-математичної моделі залежності між цими показниками було зібрано статистичні дані за п'ять періодів спостережень:

№	**X_1 (персонал, осіб)**	**X_2 (вартість обладнання, тис. грн)**	**Y (обсяг виробництва, тис. од.)**
1	25	80	130
2	28	90	145
3	30	100	160
4	33	110	175
5	36	120	200

Завдання:

Провести кореляційний аналіз між змінними X_1, X_2 та Y.

Побудувати рівняння множинної лінійної регресії:

$$Y = a + b_1 X_1 + b_2 X_2$$

За допомогою надбудови Excel Solver знайти параметри *a*, b_1, b_2, які мінімізують суму квадратів відхилень між фактичними та розрахунковими значеннями Y.

Обчислити коефіцієнт детермінації $\mathbf{R^2}$ та оцінити адекватність моделі.

Виконати прогноз обсягу виробництва при $X_1 = 35$ осіб, $X_2 = 115$ тис. грн.

Зробити висновок, який фактор має сильніший вплив на обсяг виробництва – кількість працівників чи вартість обладнання.

Задача 3. Вплив ціни та реклами на обсяг продажів

Маркетинговий відділ підприємства аналізує чинники, які впливають на обсяг продажів продукції (Y, шт.).

Вважається, що ключовими факторами є:

- рівень ціни товару (X_1, грн);

- витрати на рекламні заходи (X_2, тис. грн).

Метою дослідження є визначення сили та напрямку впливу кожного з факторів, а також побудова моделі, яка дає змогу прогнозувати обсяг продажів залежно від зміни ціни та рекламного бюджету.

Для цього використано дані спостережень за шість місяців:

№	X_1 (ціна, грн)	X_2 (реклама, тис. грн)	Y (продажі, шт.)
1	50	10	480
2	55	12	460
3	60	14	440
4	65	16	410
5	70	18	390
6	75	20	360

Завдання

Провести кореляційний аналіз між змінними X_1, X_2 та Y і визначити напрямок зв'язку.

Побудувати рівняння множинної лінійної регресії виду

$$Y = a + b_1X_1 + b_2X_2$$

Використовуючи надбудову Excel Solver, визначити параметри a, b_1, b_2, які мінімізують суму квадратів похибок між фактичними та розрахунковими значеннями Y.

Обчислити коефіцієнт детермінації **(R^2)** та оцінити адекватність моделі. Інтерпретувати економічний зміст коефіцієнтів регресії: як зміна ціни або рекламних витрат впливає на обсяг продажів.

Зробити висновок: чи може збільшення рекламного бюджету компенсувати зниження обсягів продажів через підвищення ціни.

Задача 4. Оцінювання ефективності інвестиційних проєктів

Підприємство розглядає можливість інвестування у виробничі проєкти з метою збільшення майбутнього прибутку. Передбачається, що результативний показник – очікуваний прибуток (Y, тис. грн**)** – залежить від:

- обсягу інвестицій (X_1, тис. грн);
- тривалості реалізації проєкту (X_2, міс.).

Для аналізу впливу цих чинників зібрано статистичні дані щодо п'яти проєктних рішень:

№	X_1 (тис. грн)	X_2 (міс.)	Y (прибуток, тис. грн)
1	400	12	80
2	500	14	100
3	550	15	110
4	600	16	125
5	650	18	140

Завдання

Провести кореляційний аналіз між змінними X_1, X_2 та Y і визначити напрямок зв'язку.

Побудувати рівняння множинної лінійної регресії виду

$$Y = a + b_1X_1 + b_2X_2$$

Використовуючи надбудову Excel Solver, визначити параметри *a, b_1, b_2*, які мінімізують суму квадратів похибок між фактичними та розрахунковими значеннями Y. Обчислити коефіцієнт детермінації **(R^2)** та оцінити адекватність моделі. Інтерпретувати економічний зміст коефіцієнтів регресії: як зміна ціни або рекламних витрат впливає на обсяг продажів.

Задача 5. Модель прогнозування продуктивності праці

Підприємство вивчає вплив факторів професійного розвитку персоналу на продуктивність праці працівників (Y, од./день).

У дослідженні враховуються такі факторні змінні: стаж роботи (X_1, років) — відображає набуті професійні навички; обсяг щорічного навчання (X_2, год/рік) — показує інтенсивність підвищення кваліфікації.

№	X_1 (стаж, років)	X_2 (навчання, год/рік)	Y (продуктивність, од./день)
1	2	20	45
2	3	25	52
3	4	30	58

4	5	35	65
5	6	40	71
6	7	45	78

Завдання

Провести кореляційний аналіз між змінними X_1, X_2 та Y і визначити напрямок зв'язку.

Побудувати рівняння множинної лінійної регресії виду

$$Y = a + b_1X_1 + b_2X_2$$

Використовуючи надбудову Excel Solver, визначити параметри *a*, b_1, b_2, які мінімізують суму квадратів похибок між фактичними та розрахунковими значеннями Y. Обчислити коефіцієнт детермінації **(R^2)** та оцінити адекватність моделі. Інтерпретувати економічний зміст коефіцієнтів регресії: як зміна ціни або рекламних витрат впливає на обсяг продажів. Виконати прогноз продуктивності працівника зі стажем 5 років та 38 годинами щорічного навчання. Визначити, який фактор має більший вплив на продуктивність праці.

Питання для самоконтролю

1. У чому полягає суть кореляційного аналізу та який зміст має коефіцієнт кореляції?
2. Яке значення коефіцієнта кореляції вказує на сильний зв'язок між змінними?
3. Яка відмінність між прямим і зворотним зв'язком між економічними показниками?
4. У чому полягає основна мета регресійного аналізу в менеджменті?
5. Який вигляд має рівняння простої та множинної лінійної регресії?
6. Який економічний зміст мають параметри a, b_1, b_2 у рівнянні регресії?
7. Як за допомогою Excel можна обчислити коефіцієнт кореляції між двома змінними?

Практична робота № 3

Тема: Оптимізаційні економіко-математичні методи та моделі.

Мета роботи: Формування практичних навичок побудови й аналізу економіко-математичних моделей у менеджменті, представлених у вигляді систем рівнянь для розв'язання задач оптимізації, обґрунтування управлінських рішень, раціонального розподілу ресурсів і визначення оптимального виробничого плану підприємства з урахуванням реальних обмежень.

Навчальне обладнання: персональний комп'ютер, спеціалізований пакет програм для оптимізації (Solver), методичні інструкції щодо виконання.

Теоретичні відомості

У менеджменті економіко-математичні моделі широко застосовують для:

- аналізу взаємозв'язків між ресурсами та результатами,
- оптимального розподілу виробничих факторів,
- прогнозування показників діяльності,
- прийняття рішень в умовах обмеженості ресурсів.

Excel Solver — інструмент математичної оптимізації, який дозволяє:

- знайти оптимальні значення змінних
- за заданих функціональних взаємозв'язків
- із урахуванням обмежень

Практична частина роботи до виконання

Умова задачі. Підприємство виготовляє три види продукції: А, В і С. Для їх виробництва використовуються три основні ресурси: високотехнологічне обладнання, кваліфікована праця та енергетичні витрати. Нехай змінні x1, x2, x3 відображають кількість виготовленої продукції А, В та С відповідно. Відомо, що для виробництва:

- одиниці продукції А потрібно 5 одиниць обладнання, 3 одиниці праці та 6 одиниць енергії;
- одиниці продукції В потрібно 4 одиниці обладнання, 9 одиниць праці та 1 одиницю енергії;
- одиниці продукції С потрібно 7 одиниць обладнання, 2 одиниці праці та 8 одиниць енергії.

Загальний наявний ресурс обладнання становить 150 одиниць, ресурс праці 100 одиниць, а доступна енергія 120 одиниць. Таким чином формуємо економіко-математичну модель управління ресурсами:

$$\begin{aligned} 5x_1 + 4x_2 + 7x_3 &= 150 \\ 3x_1 + 9x_2 + 2x_3 &= 100 \\ 6x_1 + x_2 + 8x_3 &= 120 \end{aligned}$$

Необхідно визначити таку кількість продукції x1, x2 і x3, щоб усі ресурси було використано повністю. Розв'язання системи рівнянь пропонується здійснити за допомогою надбудови Excel Solver, а отримані значення проаналізувати з позиції управління виробничими потужностями підприємства. У процесі інтерпретації результатів важливо зробити висновок щодо доцільності виробничого плану та економічної реалістичності моделі, зокрема враховуючи можливість отримання від'ємних значень змінних та потребу в додаткових обмеженнях.

Розв'язання системи рівнянь здійснюється за допомогою формул Крамера.

$$X = \begin{pmatrix} \dfrac{\det A_1}{\det A} \\ \dfrac{\det A_2}{\det A} \\ \cdots\cdots\cdots \\ \dfrac{\det A_n}{\det A} \end{pmatrix},$$

де $\det A = |A|$ – визначник матриці системи (головний визначник),

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n1} & a_{n1} & a_{n1} \end{pmatrix},$$

det Ai = $|Ai|$ **(*i* = 1, 2 ., *n*)**– визначники матриць *Ai* (допоміжні визначники), які виходять з **A** заміною і-го стовпця на стовпець вільних членів. Лінійна система несумісна (не має рішень), якщо det *A=0*. Для даної задачі допоміжні матриці мають наступний вигляд

$$A_1 = \begin{pmatrix} 150 & 4 & 7 \\ 100 & 9 & 2 \\ 120 & 1 & 8 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 5 & 150 & 7 \\ 3 & 100 & 2 \\ 6 & 120 & 8 \end{pmatrix}, A_3 = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 150 \\ 3 & 9 & 100 \\ 6 & 1 & 120 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання

Розміщення початкової інформації та результат рішення системи представлено на рисунку 1:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Рішення системи рівнянь методом Крамера											
2	**Матриця A**			**Вектор B**								
3	**5**	**4**	**7**	**150**		**det A=**	**-55**			**X_1=**	**-25,45**	
4	**3**	**9**	**2**	**100**		**det A1=**	**1400**			**X_2=**	**12,36**	
5	**6**	**1**	**8**	**120**		**det A2=**	**-680**			**X_3=**	**32,55**	
6						**det A3=**	**-1790**					
7												
8												
9												
10	**Матриця A1**					**Матриця A2**				**Матриця A3**		
11	150	4	7			5	150	7		5	4	150
12	100	9	2			3	100	2		3	9	100
13	120	1	8			6	120	8		6	1	120

Рис.1. Результат рішення системи методом Крамера

Задачі для самостійної роботи

Задача 1. Оптимальний розподіл сировини

Підприємство виробляє три види продукції: А, В і С. Для їх виготовлення використовуються три типи сировини: метал, пластик та паливо. Запаси сировини обмежені й становлять відповідно 200, 150 та 180 одиниць. Норми витрат наведено у системі:

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 200 \\ 6x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 150 \\ 3x_1 + 7x_2 + 2x_3 = 180 \end{cases}$$

Визначити, скільки виробів кожного виду можна виготовити, використавши ресурси повністю.

Задача 2. Управління бюджетом маркетингу

Компанія розподіляє бюджет рекламної кампанії між трьома каналами: онлайн-реклама x1, ТВ-реклама x2 та рекламні заходи x3. Загальні витрати закріплені в бюджеті обсягом 250 тис. грн згідно з системою рівнянь:

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 250 \\ 7x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 300 \\ 6x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 350 \end{cases}$$

Знайти оптимальний розподіл витрат між каналами.

Задача **3. Планування виробництва**

Підприємство виробляє три продукти: x1, x2, x3. Відомо, що виробничі потужності забезпечують наступні співвідношення між обсягами:

$$\begin{cases} 3x_1 + 8x_2 + 2x_3 = 160 \\ 9x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 230 \\ 4x_1 + 6x_2 + 5x_3 = 200 \end{cases}$$

Знайти обсяги виробництва кожного продукту.

Задача 4. Розподіл трудових ресурсів

Потрібно розподілити працівників між трьома виробничими дільницями: x1, x2 і x3. Загальний фонд робочого часу та кваліфікаційні вимоги подано у вигляді рівнянь:

$$\begin{cases} 7x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 210 \\ 4x_1 + 6x_2 + 9x_3 = 240 \\ 6x_1 + 3x_2 + 8x_3 = 250 \end{cases}$$

Визначити оптимальний розподіл праці.

Задача 5. Логістична модель розподілу товарів

Логістичний центр отримав товар від трьох постачальників і має розподілити його між трьома складами. Обсяги транспортування описує система:

$$\begin{cases} 8x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 300 \\ 5x_1 + 9x_2 + 2x_3 = 250 \\ 7x_1 + 3x_2 + 8x_3 = 280 \end{cases}$$

Знайти об'єми товару, що надходитимуть на кожен склад.

Питання для самоконтролю

1. У чому полягає сутність оптимізаційних економіко-математичних моделей?
2. Яке практичне значення має побудова оптимізаційних моделей у менеджменті?
3. Які основні елементи включає економіко-математична модель (змінні, обмеження, цільова функція)?
4. У яких управлінських ситуаціях доцільно застосовувати задачі оптимізації?
5. Що означає «оптимальний розподіл ресурсів» з точки зору ефективного менеджменту?
6. Як визначаються змінні x_1, x_2, x_3 у задачах оптимізації ресурсів?
7. Як формується система рівнянь для моделювання взаємозв'язків між ресурсами та видами продукції?

Практична робота № 4

Тема: Економіко-математичні підходи до оптимізації управлінських рішень.

Мета роботи полягає в набутті здобувачами компетентностей щодо розроблення та аналізу економіко-математичних моделей у вигляді систем рівнянь, формування навичок використання інструментів Excel Solver для оптимізації управлінських рішень, забезпечення ефективного розподілу обмежених ресурсів підприємства та прийняття науково обґрунтованих рішень у менеджменті.

Навчальне обладнання: персональний комп'ютер, спеціалізований пакет програм для оптимізації (Solver), методичні інструкції щодо виконання.

Теоретичні відомості

У сучасному менеджменті одним із ключових підходів до ухвалення рішень є математичне моделювання. Економічні процеси зазвичай описуються системами рівнянь, які відображають взаємозв'язок між ресурсами, витратами, обсягами продукції, прибутком та іншими управлінськими параметрами. Розв'язання таких систем дозволяє знайти раціональні плани виробництва та оцінити економічні наслідки управлінських дій.

Лінійні системи рівнянь можуть бути розв'язані аналітично — методами Крамера, Гауса або через обернену матрицю. Однак у реальних управлінських задачах часто виникають додаткові обмеження: невід'ємність ресурсу, цілочисельність продукції, наявність верхніх і нижніх меж, конкуренція між використанням ресурсів. У таких випадках застосовуються оптимізаційні моделі.

Оптимізаційна модель містить:

- цільову функцію (максимізація прибутку або мінімізація витрат),
- систему обмежень (ресурси, нормативи, технологічні вимоги),
- змінні (керовані параметри — обсяги продукції, витрати, бюджети тощо).

Прийняття рішень щодо багатьох процесів у виробництві, економіці, політиці і т.д. ускладнюється тим, що вони охоплюють велику кількість суперечливих і часто протилежних інтересів для різних сторін, кожна з яких має власні можливості впливати на ці процеси. У конфлікті, що виникає, діють дві або більше ворогуючих сторін в умовах невизначеності дій супротивника.

Теорія ігор розглядає моделювання виробничих, фінансових, торгівельних операцій тощо.

Розглянемо основні приклади ігрового моделювання та методи прийняття рішень на їх основі на конкретних прикладах

Приклади розв'язання задач

Задача 1. (*визначення стратегії при наявності сідлової точки гри*)**:** Молода людина вирішила відкрити крамницю для продажу товарів. Постало питання про визначення цін на товари. Бувалі досвідчені люди йому сказали, що прибуток крамниці залежить від ціни на товари: якщо ціна висока, то покупців стає менше і прибуток зменшується; якщо ціна менша, то прибуток може збільшитись за рахунок зростання кількості покупців і відповідної реклами для крамниці. Поради та власний досвід допомогли створити матрицю гри:

Платіжна матриця гри «Відкриття крамниці»

Г1	**Г2**		**α**
	С21	**С22**	
С11	8	7	7
С12	12	10^{*}	10^{*}
β	12	10^{*}	

Умовні позначення: Г1 – це молода людина, Г2 – покупці. Відповідні стратегії означають: С11 – підвищення ціни на товари; С12 – зменшення ціни на товари; С21 – купувати товар; С22 – не купувати товар.

У комірках таблиці записаний очікуваний прибуток крамниці (виграш гравця Г1).

Розв'язання: основним завданням гри є визначення стратегій які будуть використані гравцями: продавцем та покупцями при умовні взаємного задоволення інтересів: для продавця – підвищення прибутку; для покупця – зменшення цін на товари.

Отже, знайдемо сідлову точку матриці (якщо така існує).

Вважаємо, що гравці діють без зайвого ризику і використовують мінімаксну та максимінну стратегії. Тому гравець Г1 обирає в кожному рядку мінімальне значення виграшу (збільшення прибутку), яке і позначається у колонці **α** (мінімальний виграш**).** Далі гравець Г1 обирає серед найменших значень $\boldsymbol{\alpha_{ij}}$ найбільшу величину (у нашому випадку «10»), яка і визначає обрану ним стратегію С12 (доцільність зниження цін на товари).

Задача 2. *(визначення змішаної стратегії за відсутності сідловок точки гри)***:** На підприємстві виробляються товари Т1 та Т2. Постало питання про вихід на ринок з оптовим або роздрібним продажем товарів. Досвід бувалих людей показує, що за один вихід на ринок середньостатистично можна отримати прибуток:

1. З оптовою торгівлею: за товар Т1 – 10 тис.грн., або за товар Т2 – 4 тис.грн.
2. З роздрібною торгівлею: за товар Т1 – 3 тис.грн., або за товар Т2 – 8 тис.грн.

Платіжна матриця гри «Оптово-роздрібна торгівля»

Г1	**Г2**		**α**
	С21	**С22**	
С11	10	4	4^*
С12	3	8	3
β	10	8^*	

Умовні позначення: гравець Г1 – це підприємство, а Г2 – ринок. Відповідні стратегії означають: С11 – оптовий продаж товарів; С12 – роздрібний продаж товарів; С21 – купівля товару Т1; С22 – купівля товару Т2.

Розв’язання: у комірках таблиці записаний очікуваний прибуток підприємства (виграш гравця Г1). Як бачимо, задача не має сідловок точки: гравець Г1 готується отримати прибуток 4 тис.грн., у той час як ринок готовий заплатити 8 тис.грн (ці цифри не є рівними). Але підприємство може отримати лише стільки грошей, скільки дасть йому ринок. Вихід у даному випадку полягає у змішаній стратегії.

Для визначення величини прибутку, що може отримати гравець Г1 розрахуємо такі ймовірності:

- Ймовірність використання оптової торгівлі:

$$P1_2 = \frac{a_{12} - a_{11}}{a_{12} + a_{21} - a_{11} - a_{22}} = \frac{4-10}{4+3-10-8} = \frac{6}{11}$$

- Ймовірність використання роздрібної торгівлі:

$$P1_1 = 1 - P1_2 = 1 - \frac{6}{11} = \frac{5}{11}$$

Отже, з розрахованих ймовірностей визначимо прибуток:

$$NF = a_{12} + P1_2(a_{22} - a_{12}) = 4 + \frac{6}{11}(8-4) = 6\frac{2}{11}\text{ тис.грн.}$$

Відповідь: прибуток, що отримає гравець Г1 (підприємство) при використанні стратегії з більшою ймовірністю буде рівний 6,19 тис.грн

Задачі для самостійної роботи

Задача 1. Скласти матрицю власної гри на двох гравців, три стратегії у кожного гравця з їх поясненнями. Дати пояснення умов гри. Виграші по комірках визначити самостійно. Отримати сідлову точку. Зробити висновки.

Задача 2. Розрахувати ймовірності та ціни гри змішаної стратегії згідно з даними таблиць (платіжних матриць). Дати визначення і пояснення змішаної стратегії. Тут ***A=2; N =10***

Г1	**Г2**	
	С21	**С22**
С11	2N	N
С12	A	3N

Г1	**Г2**	
	С21	**С22**
С11	2A	2N
С12	N	A

Задача 3. Визначити стратегію, що використає гравець Г1 (критерій вибору стратегії гравцем Г1 – максими, гравцем Г2 – минимакс) виходячи із даних платіжної матриці:

Г1	**Г2**		**α**
	С21	**С22**	
С11	0,15 N	0,1N	

C12	0,2N	0,3N	
β			

Задача 4. Підприємство виробляє товари Т1 та Т2. Із даних платіжної матриці визначити максимальний прибуток, що може отримати підприємство використовую пріоритетну стратегію (оптова або роздрібна торгівля).

Г1	**Г2**		**α**
	C21	**C22**	
C11	3N	1,5N	
C12	N	4N	
β			

Задача 5. Підприємство може обрати одну з двох стратегій: S11 – збільшити обсяг закупівель, S12 – залишити їх на поточному рівні. Ринок реагує: S21 – попит зростає, S22 – попит зменшується. Платіжна матриця (виграш – очікуваний прибуток, тис. грн):

Г1	**Г2**	
	S21	**S22**
S11	12	5
S12	7	9

Питання для самоконтролю

1. У чому полягає сутність оптимізаційних економіко-математичних моделей у менеджменті?
2. Які основні складові має оптимізаційна модель?
3. Яке призначення має інструмент **Excel Solver** у процесі прийняття управлінських рішень?
4. Що таке сідлова точка гри та як вона визначається у платіжній матриці?
5. Які відмінності між чистими та змішаними стратегіями в теорії ігор?
6. Як визначити оптимальні стратегії гравців за допомогою критеріїв мінімаксу та максиміну?
7. Що означає поняття «платіжна матриця» в економічному моделюванні?
8. У яких випадках використовуються ймовірності стратегій та як їх обчислюють?

Практична робота № 5

Тема: Моделі планування досліджень у менеджменті.

Мета роботи: Сформувати у здобувачів вищої освіти навички побудови, аналізу та застосування економіко-математичних моделей для планування дослідницької діяльності в менеджменті; навчитися структурувати процес дослідження з урахуванням наявних ресурсів, часових і фінансових обмежень, ризиків і стратегічних пріоритетів; оволодіти інструментами моделювання для обґрунтованого прийняття рішень у сфері управління інноваційними, науковими та проєктними процесами.

Навчальне обладнання: персональний комп'ютер, спеціалізований пакет програм для оптимізації (Solver), методичні інструкції щодо виконання.

Теоретичні відомості

Необхідність оптимізації моменту розміщення замовлень викликана вимогою до усунення можливих затримок у поставках сировини, матеріалів і комплектуючих, пов'язаних з кінцевим часом виконання цих поставок.

Ріст витрат через недостатній рівень (дефіцит) запасів на складах підприємства викликаний простоєм виробничого обладнання, відмовою підприємства від нових замовлень на його готову продукцію. З іншого боку, надмірні запаси збільшують витрати на їхнє зберігання, перевантаження, страхування, псування і крадіжку, а також приводять до зв'язування оборотних коштів підприємства.

Таким чином, метою використання моделей управління запасами є зведення до мінімуму цих негативних наслідків і витрат, пов'язаних із запасами підприємства.

Найпростішою моделлю управління запасами (УЗ) є модель Уілсона, яка описує ситуацію закупівлі продукції в зовнішнього постачальника з наступними допущеннями:

- інтенсивність споживання запасу є апріорно відомою й постійною величиною;
- замовлення доставляється зі складу, на якому зберігається раніше вироблений товар (немає проміжного переміщення товару між складами);
- час поставки замовлення є відомою й постійною величиною;
- кожне замовлення поставляється у вигляді однієї партії;
- витрати на здійснення замовлення не залежать від розміру замовлення;
- витрати на зберігання запасу пропорційні його розміру;
- відсутність запасу (дефіцит) є неприпустимим.

Вхідними параметрами моделі Уілсона є:

V – інтенсивність (швидкість) споживання запасу, [од.товару/од.часу];

S – витрати на зберігання запасу, [грн./(од.товару*од.часу)];

K – витрати на здійснення замовлення, що включають оформлення й доставку замовлення, [грн.];

Т – час доставки замовлення, [од.часу].

Вихідні параметри моделі Уілсона:

Q – розмір замовлення, [од.товару];

L – загальні витрати на управління запасами в одиницю часу, [грн./од.часу];

Т – період поставки, тобто час між подачами замовлення або між поставками, [од.часу];

h_0 – точка замовлення, тобто розмір запасу на складі, при якому треба подавати замовлення на доставку чергової партії, [од.товару].

Формули моделі Уілсона наступні:

$$Q_W = \sqrt{\frac{2KV}{S}}$$

де Q_W – оптимальний розмір замовлення в моделі Уілсона

$$L = K \cdot \frac{V}{Q} + S \cdot \frac{Q}{2};$$

$$T = \frac{Q}{V};$$

$$h_0 = V \cdot T_Д.$$

Приклади розв’язання задач

Задача 1. Розглянемо приклад розв'язання задачі оптимального управління запасами відповідно до моделі Уілсона.

Нехай об'єм продажу деякого магазину становить у рік 10000 пакунків супу в пакетах. Величина попиту рівномірно розподіляється протягом року. За доставку замовлення власник магазину повинен заплатити 10 грн. Час доставки замовлення від постачальника становить 12 робочих днів (при 6-денному робочому тижні). По оцінках фахівців, витрати зберігання в рік становлять 40 коп. за один пакунок. Необхідно визначити: скільки пакунків повинен замовляти власник магазину для однієї поставки; частоту замовлень; точку замовлення. Відомо, що магазин працює 300 днів у році.

Побудуємо в Excel модель управління запасами відповідно до формул, а також введемо вихідні дані.

У списку поточних днів для визначення динаміки і побудови графічних циклів зміни об'ємів запасу повинні бути зазначені всі робочі дні року, з 1-го по 300-й (комірки A22:A321). Оскільки число замовлених пакунків супу повинне бути цілим, то в моделі використана математична функція округлення до цілого числа. Крім того, для зручності за одиницю виміру часу обрано дні, а не роки.

Результати моделювання показані на рис. 1, де розрахована динаміка зміни запасів, а також в індексі замовлення відображено поточний стан замовлення: 0 – замовлення відсутнє або вже відпрацьоване, «Відпрацьовування замовлення» – замовлення оформлене і відпрацьовується.

	A	B	C	D
1	**Модель управління запасами Уілсона**			
2				
3	**Вхідні параметри моделі**			
4	Інтенсивність (швидкість) споживання запасу V, шт./рік	10000		
5	Витрати на зберігання запасу S, грн./(шт.*рік)	0,4		
6	Витрати на здійснення замовлення з урахуванням його оформлення і доставки K, грн.	10		
7	Час доставки замовлень Тд, днів	12		
8	Число робочих днів у році Np, днів	300		
9	Денне споживання товару, шт.	=B4/B8		
10				
11				
12	**Вихідні параметри моделі**			
13	Розмір оптимального замовлення Qw, шт.	=ОКРВВЕРХ(КОРЕНЬ((2*B6*B4)/B5);1)		
14	Загальні витрати на управління запасами за одиницю часу L, грн./шт.	=(B6*B4)/B13+(B5*B13)/2		
15	Період поставки Т, днів	=ОКРВВЕРХ(B13/B9;1)		
16	Точка замовлення ho, шт.	=ОКРВВЕРХ(B7*B9;1)		
17				
18	**Результати моделювання**			
19				
20	**Поточний день**	**Обсяг запасу**	**Індекс замовлення**	**Точка замовлення**
21				
22	1	=ЕСЛИ(B21-$B$9>0;B21-$B$9;$B$13+B21)	=ЕСЛИ(B22>$B$16;0;"Відпрацювання замовлення")	=$B$16
23	2	=ЕСЛИ(B22-$B$9>0;B22-$B$9;$B$13+B22)	=ЕСЛИ(B23>$B$16;0;"Відпрацювання замовлення")	=$B$16
24	3	=ЕСЛИ(B23-$B$9>0;B23-$B$9;$B$13+B23)	=ЕСЛИ(B24>$B$16;0;"Відпрацювання замовлення")	=$B$16
25	4	=ЕСЛИ(B24-$B$9>0;B24-$B$9;$B$13+B24)	=ЕСЛИ(B25>$B$16;0;"Відпрацювання замовлення")	=$B$16
26	5	=ЕСЛИ(B25-$B$9>0;B25-$B$9;$B$13+B25)	=ЕСЛИ(B26>$B$16;0;"Відпрацювання замовлення")	=$B$16
27	6	=ЕСЛИ(B26-$B$9>0;B26-$B$9;$B$13+B26)	=ЕСЛИ(B27>$B$16;0;"Відпрацювання замовлення")	=$B$16
28	7	=ЕСЛИ(B27-$B$9>0;B27-$B$9;$B$13+B27)	=ЕСЛИ(B28>$B$16;0;"Відпрацювання замовлення")	=$B$16
29	8	=ЕСЛИ(B28-$B$9>0;B28-$B$9;$B$13+B28)	=ЕСЛИ(B29>$B$16;0;"Відпрацювання замовлення")	=$B$16
30	9	=ЕСЛИ(B29-$B$9>0;B29-$B$9;$B$13+B29)	=ЕСЛИ(B30>$B$16;0;"Відпрацювання замовлення")	=$B$16

Лист1 / Лист2 / Лист3

	A	B	C	D
1	**Модель управління запасами Уілсона**			
2				
3	**Вхідні параметри моделі**			
4	Інтенсивність (швидкість) споживання запасу V, шт./рік	10000		
5	Витрати на зберігання запасу S, грн./(шт.*рік)	0,4		
6	Витрати на здійснення замовлення з урахуванням його оформлення і доставки K, грн.	10		
7	Час доставки замовлень Тд, днів	12		
8	Число робочих днів у році Nр, днів	300		
9	Денне споживання товару, шт.	33,3		
10				
11				
12	**Вихідні параметри моделі**			
13	Розмір оптимального замовлення Qw, шт.	708		
14	Загальні витрати на управління запасами за одиницю часу L, грн./шт.	282,84		
15	Період поставки T, днів	22		
16	Точка замовлення ho, шт.	400		
17				
18	**Результати моделювання**			
19				
20	**Поточний день**	**Обсяг запасу**	**Індекс замовлення**	**Точка замовлення**
21				
22	1	708	0	400
23	2	675	0	400
24	3	641	0	400
25	4	608	0	400
26	5	575	0	400
27	6	541	0	400
28	7	508	0	400
29	8	475	0	400
30	9	441	0	400
31	10	408	0	400

Лист1 / Лист2 / Лист3

Рис. 1. Результати моделювання

У результаті застосування моделі Уілсона для управління запасами магазину вдалося визначити оптимальний розмір замовлення, частоту подання замовлень та точку замовлення з урахуванням інтенсивності попиту, вартості доставки та витрат на зберігання. Побудована модель дозволяє мінімізувати загальні витрати, пов’язані із закупівлею та зберіганням товару, забезпечити безперебійне постачання без надмірного накопичення залишків. Завдяки візуалізації динаміки запасів у Excel стає можливим прогнозування критичних моментів поповнення та оперативне ухвалення управлінських рішень. Таким чином, модель Уілсона довела свою ефективність як інструмент оптимізації в менеджменті логістичних процесів.

Задачі для самостійної роботи

Задача 1. Управління закупівлями канцелярського приладдя. Компанія закуповує офісний папір із річним обсягом використання 12 000 пачок. Вартість одного замовлення на поставку становить 25 грн, а витрати на зберігання — 0,6 грн на пачку в рік. Час доставки — 5 робочих днів. Визначити оптимальний розмір замовлення, частоту подання замовлень і точку замовлення, якщо офіс працює 250 днів на рік.

Задача 2. Планування поставок для аптечного складу. Аптечна мережа споживає 6 000 упаковок ліків на рік. Замовлення постачається централізовано, вартість одного замовлення — 30 грн, а витрати на зберігання — 1,2 грн за упаковку на рік. Постачання триває 4 дні, аптека працює 312 днів на рік. Розрахувати основні параметри моделі Уілсона та змоделювати рівень запасів у динаміці. **Задача 3. Оптимізація замовлень витратних матеріалів для 3D-друку.** Підприємство, що виготовляє 3D-моделі, споживає 2 400 котушок пластику щороку. Витрати на одне замовлення — 40 грн, витрати на зберігання — 2 грн за котушку в рік. Час доставки — 6 робочих днів. Визначити оптимальний розмір замовлення, інтервал між замовленнями та точку повторного поповнення, якщо підприємство працює 300 днів на рік.

Задача 4. Планування поповнення складу побутової техніки

Обсяг реалізації пилососів у мережі магазинів — 1 200 одиниць на рік. Вартість одного замовлення — 80 грн, витрати на зберігання — 6 грн на одиницю. Термін доставки — 8 робочих днів, графік роботи — 280 днів на рік. Необхідно застосувати модель Уілсона для оптимізації закупівель.

Задача 5. Управління запасами у відділі сервісного обслуговування

Сервісна служба використовує близько 900 одиниць запасних частин щорічно. Вартість оформлення замовлення — 15 грн, витрати на зберігання — 0,9 грн на рік за одиницю. Час доставки — 3 дні, кількість робочих днів у році — 260. Побудувати модель у Excel та проаналізувати результати.

Питання для самоконтролю

1. У чому полягає основна мета моделей управління запасами в системі менеджменту?
2. Які негативні наслідки виникають при надлишкових і недостатніх запасах на підприємстві?
3. Що таке модель Уілсона? Для яких ситуацій вона застосовується?
4. Які основні припущення покладено в основу моделі Уілсона?
5. Що означає поняття «оптимальний розмір замовлення» і як його розрахувати?
6. Як визначається точка замовлення в моделі Уілсона?
7. Що таке загальні витрати на управління запасами? Які компоненти вони включають?
8. Як за допомогою Excel можна змоделювати динаміку зміни обсягу запасів?
9. Що означає інтерпретація графіка витрат у моделі Уілсона? Де знаходиться точка мінімуму?
10. У яких випадках модель Уілсона може давати хибні результати або потребувати адаптації?

Практична робота № 6

Тема: Підходи до моделювання процесу планування досліджень у сфері менеджменту.

Мета: Сформувати у здобувачів вищої освіти навички побудови, аналізу та застосування економіко-математичних моделей для планування дослідницької діяльності в менеджменті; навчитися структурувати процес дослідження з урахуванням наявних ресурсів, часових і фінансових обмежень, ризиків і стратегічних пріоритетів; оволодіти інструментами моделювання для обґрунтованого прийняття рішень у сфері управління інноваційними, науковими та проєктними процесами.

Навчальне обладнання: персональний комп'ютер, спеціалізований пакет програм для оптимізації (Solver), методичні інструкції щодо виконання.

Теоретичні відомості

Загальна методика управління рівновагою ринкових систем передбачає використання симплекс-методу як ефективного інструменту для знаходження оптимальних рішень у задачах лінійного програмування. Цей підхід широко застосовується в економіці, логістиці, фінансах та управлінні ресурсами, де потрібно максимізувати прибуток або мінімізувати витрати за наявності певних обмежень.

Алгоритм використання прямого симплекс-методу включає такі послідовні етапи:

1. **Побудова моделі.** Формалізується економічна ситуація у вигляді математичної задачі, де визначаються змінні, що підлягають оптимізації, а також параметри, що впливають на результат.
2. **Визначення обмежень.** Описуються ресурси, вимоги, технологічні чи економічні межі у вигляді системи лінійних нерівностей або рівнянь, які обмежують допустимі значення змінних.

3. **Визначення цільової функції.** Формується функція, яку необхідно оптимізувати — максимізувати (наприклад, прибуток) або мінімізувати (наприклад, витрати), залежно від завдань менеджменту.

4. **Перетворення моделі у канонічну форму.** Цей етап передбачає приведення задачі до стандартного симплексного вигляду: всі обмеження — у вигляді рівнянь, всі змінні — невід'ємні, цільова функція — для максимізації. До обмежень додаються штучні або додаткові змінні (наприклад, запасні змінні).

5. **Побудова першої симплекс-таблиці відповідно до моделі.** Заповнюється перша симплекс-таблиця, яка містить коефіцієнти змінних у функціях обмежень та цільовій функції, і визначає початковий базис.

6. **Перевірка першої симплекс-таблиці на оптимальність.** Здійснюється аналіз умов оптимальності. Якщо в останньому рядку таблиці (рядку оцінок) немає від'ємних значень (при максимізації), то поточне рішення - оптимальне.

7. **Побудова (у разі необхідності) другої та подальших симплекс-таблиць.**
Якщо оптимальності не досягнуто, виконується симплекс-ітерація: обирається ведучий стовпець і ведучий рядок, виконується перерахунок таблиці. Процес повторюється доти, доки не буде знайдено оптимальний розв'язок.

8. **Економічна інтерпретація оптимальних розв'язків.** Аналізуються знайдені значення змінних, обчислюється максимальний прибуток або мінімальні витрати. Дається управлінське пояснення отриманих результатів: які ресурси використано повністю, які залишаються, які напрямки діяльності є найбільш ефективними.

Перевагою симплекс-методу є його універсальність, точність і можливість застосування до задач будь-якої складності з багатьма змінними та обмеженнями. У менеджменті цей метод дозволяє обґрунтовано приймати рішення щодо оптимального використання ресурсів, планування виробництва, розподілу бюджету, логістики та інших аспектів управлінської діяльності.

Приклади розв'язання задач

Задача. Необхідно розрахувати оптимальну структуру виробництва продукції трьох видів на умовному підприємстві, з метою досягнення найбільшого прибутку.

Вхідні дані:

Витрати капіталу на виробництво продукції:

- Продукція №1 – 0,8 грн.
- Продукція №2 – 0,5 грн.
- Продукція №3 – 0,6 грн.

Витрати праці:

- Продукція №1 – 0,4 люд.-год.
- Продукція №2 – 0,4 люд.-год.
- Продукція №3 – 0,3 люд.-год.

Витрати матеріалів:

- Продукція №1 – 0,2 грн.
- Продукція №2 – 0,1 грн.
- Продукція №3 – 0,1 грн.

Загальні витрати:

- капіталу 800 грн.
- праці 600 грн.
- матеріалів грн.

Прибуток від виробництва:

- Продукції №1 – 108 грн.
- Продукції №2 – 112 грн.
- Продукції №3 – 126 грн.

1. Побудова моделі

Визначимо основні змінні величини, що будуть включені до моделі. Для нашого прикладу у ролі змінних величин виступають види продукції (x1, x2, x3):

x1 – виробництво продукції №1

x2 – виробництво продукції №2

x3 – виробництво продукції №3

2. Визначення обмежень моделі

Відповідно до вхідної інформації складемо основні обмеження, що властиві досліджуваній моделі.

Для нашої моделі такими обмеженнями будуть наступні:

- Обмеження по витратах капіталу: **0,8x1 + 0,5x2 + 0,6x3 <= 800**
- Обмеження по витратах праці: **0,4x1 + 0,4x2 + 0,3x3 <= 600**
- Обмеження по витратах матеріалів: **0,2x1 + 0,1x2 + 0,1x3 <= 120**

3. Визначення цільової функції

Відповідно до завдання необхідно скласти модель яка б відображала структуру виробництва продукції для досягнення найбільшого прибутку. Виходячи з цього цільова функція має наступний вигляд:

Z = 108x1 + 112x2 + 126x3 ►max

4. Перетворення моделі у канонічну форму

Для перетворення нашої моделі до канонічної форми необхідно замінити знаки нерівності в обмеженнях на знаки рівності, для цього необхідно ввести додаткові змінні x4, x5, x6.

x4 – можливі недовитрати капіталу;

x5 – можливі недовитрати праці;

x6 – можливі недовитрати матеріалів.

Після введення додаткових змінних обмеження по досліджуваній моделі будуть мати вигляд:

0,8x1 + 0,5x2 + 0,6x3 + x4 = 800

0,4x1 + 0,4x2 + 0,3x3 + 0x4 + x5= 600

0,2x1 + 0,1x2 + 0,1x3 + 0x4 + 0x5 + x6= 120

Цільова функція теж зміниться:

Z = 108x1 + 112x2 + 126x3 +0x4 + 0x5 + 0x6 ►max

Даний запис є канонічною формою моделі.

5. Побудова першої симплекс-таблиці

Відповідно до методики симплекс-таблиця будується за відповідною формою та з використанням інформації, що міститься у канонічній формі моделі.

Перша симплекс-таблиця

C_j	*Б*	b_i	x_1	x_2	$x_3 \downarrow$	x_4	x_5	x_6	$\frac{b_i}{a_{ij}}$
0	x4	800	0,8	0,5	0,6	1	0	0	1333,33
0	x5	600	0,4	0,4	0,3	0	1	0	2000,00
0 →	x6	120	0,2	0,1	0,1 +	0	0	1	1200,00
	f(x)	0	-108	-112	-126	0	0	0	x

6. Перевірка симплекс-таблиці на оптимальність

Критерієм оптимальності при розв’язанні завдання на max є відсутність у рядку f(x) від’ємних значень. Наявність від’ємних величин у вказаному рядку свідчить про можливість та необхідність оптимізації плану за рахунок перерозподілу.

Порядок визначення *дозволяючого стовпця* та *дозволяючого рядка*:

- Вибір *дозволяючого стовпця* здійснюється за показниками рядку f(x), серед яких обирається найбільше за величиною значення, що відповідає максимальній ефективності у даному прикладі;
- Вибір *дозволяючого рядка* проводиться на основі показників стовпця $\frac{b_i}{a_{ij}}$, що знаходять діленням b_i на a_{ij} дозволяючого стовпця.

7. Правила побудови другої та наступних симплекс-таблиць

1. В новій таблиці на місці дозволяючого елемента ставиться 1, всі інші елементи дозволяючого стовпця дорівнюють 0;
2. Всі елементи дозволяючого рядка діляться на дозволяючий елемент та відображаються у відповідних комірках нової таблиці;
3. В базис вводиться нова змінна;
4. Всі інші елементи визначаються за методом прямокутника на основі відомостей старої таблиці.

Друга симплекс-таблиця

C_j	*Б*	b_i	x_1	x_2	x_6	x_4	x_5	x_6	$\frac{b_i}{a_{ij}}$

0	x_4	80	-0,4	-0,1	0	0,1	0	-0,6	-
0	x_5	600	-0,2	0,1	0	0	0,1	-0,3	-
126	x_3	1200	2	1	1	0	0	10	-
	f(x)	151200	144	14	0	0	0	1260	x

8. Економічна інтерпретація результатів

Результати розрахунків оптимальної структури виробництва показали, що для досягнення найвищої величини прибутку (f(x)=151200 грн.) підприємству необхідно відмовитись від виробництва продукції 1 та 2 видів (x1=0; x2=0) та використати всі потужності для виробництва продукції №3 (x3=1200 одиниць), лише у цьому випадку прибуток підприємства досягне найвищого рівня.

Задачі для самостійної роботи

Використовуючи інформацію про виробничо-комерційну діяльність підприємства скласти модель прямої задачі лінійного програмування та розв'язати її за допомогою прямого симплекс методу

Задача 1.

Ресурси	Витрати ресурсів на одиницю продукції			Об'єм ресурсів
	Продукція 1	Продукція 2	Продукція 3	
Капітал	1	8	6	280
Праця	7	4	5	240
Матеріали	4	6	7	360
Прибуток	10	14	12	►max

Задача 2.

Ресурси	Витрати ресурсів на одиницю продукції			Об'єм ресурсів
	Продукція 1	Продукція 2	Продукція 3	
Капітал	2	5	-7	12
Праця	4	-3	8	15
Матеріали	3	-2	10	17
Прибуток	3	5	6	►max

Задача 3.

Ресурси	Витрати ресурсів на одиницю продукції			Об'єм ресурсів
	Продукція 1	Продукція 2	Продукція 3	
Капітал	1	2	-4	20
Праця	1	-1	2	10
Матеріали	2	1	-2	24
Прибуток	4	3	6	►max

Задача 4.

Ресурси	Витрати ресурсів на одиницю продукції			Об'єм ресурсів
	Продукція 1	Продукція 2	Продукція 3	
Капітал	2	2	4	18
Праця	2	1	-3	20
Матеріали	-5	3	-6	19
Прибуток	1	-2	5	►max

Задача 5.

Ресурси	Витрати ресурсів на одиницю продукції			Об'єм ресурсів
	Продукція 1	Продукція 2	Продукція 3	
Капітал	4	2	5	12
Праця	6	-3	4	18
Матеріали	3	3	-2	16
Прибуток	2	6	5	►max

Питання для самоконтролю

1. У чому полягає сутність симплекс-методу?

2. Що означає приведення задачі до канонічної форми?

3. Які етапи включає алгоритм прямого симплекс-методу?

4. Що таке базисне та небазисне рішення у контексті симплекс-методу?

5. Яке значення має рядок оцінок (рядок Z) у симплекс-таблиці?

6. Як визначити, чи є поточне рішення оптимальним?

7. Яка роль ведучого стовпця та ведучого рядка при побудові наступної симплекс-таблиці?

8. Які існують обмеження на змінні при побудові симплекс-моделі?

9. У яких випадках симплекс-метод може не дати оптимального розв'язку?

10. Як інтерпретуються результати розв'язання задачі для прийняття управлінських рішень

Практична робота № 7

Тема: Економіко-математичне моделювання станів та динаміки функціонування товарних ринків і обсягів пропозиції товарів та послуг.

Мета практичної роботи полягає у формуванні в здобувачів вищої освіти третього (освітньо-наукового) рівня глибоких теоретичних знань та практичних умінь щодо побудови, аналізу й оптимізації економіко-математичних моделей станів і динаміки функціонування товарних ринків.

Навчальне обладнання: персональний комп'ютер, спеціалізований пакет програм для оптимізації (Solver), методичні інструкції щодо виконання.

Теоретичні відомості

Функціонування товарного ринку можна описати системою рівнянь попиту (Q^D) і пропозиції (Q^s).

Типова форма моделей:

$$Q^D = a - bP$$

$$Q^s = c + dP$$

P — ціна товару;

Q^D — обсяг попиту;

Q^s — обсяг пропозиції;

a, b, c, d — параметри, які визначають поведінку споживачів і виробників.

Рівновага ринку настає тоді коли:

$$Q^D = Q^s$$

Для складніших моделей із кількома факторами (доходи споживачів, витрати виробництва, державне регулювання) використовують множинні регресійні рівняння, що описують динаміку стану ринку в часі.

У цей момент формується **рівноважна ціна (P_e)** та **рівноважний обсяг продажів (Q_e)**, за яких інтереси споживачів і виробників збалансовані.

Для складніших ситуацій, коли на попит і пропозицію впливають не лише ціна, а й інші чинники — доходи споживачів (I), витрати виробництва (C), податкова політика, державне регулювання, технологічні зміни — використовують множинні регресійні рівняння. Такі моделі дозволяють описати не лише статичний стан рівноваги, а й динаміку функціонування ринку в часі, враховуючи взаємозалежність між економічними змінними.

За допомогою засобів Excel Solver можна визначати оптимальні параметри цих моделей, проводити аналіз чутливості, здійснювати прогнозування розвитку ринкових процесів і формувати альтернативні сценарії зміни попиту та пропозиції в умовах впливу внутрішніх і зовнішніх факторів.

Приклади розв'язання задач

Задача 1. Дослідити модель ринку певного товару (наприклад, електроенергії або агропродукції). Відомо, що обсяг попиту Q^D залежить від ціни P та доходу споживачів I, а обсяг пропозиції Q^s — від ціни P та собівартості виробництва C.

Період	Ціна (P, грн/од.)	Доходи (I, тис. грн)	Собівартість (C, грн/од.)	Обсяг попиту (Q^D)	Обсяг пропозиції (Q^s)
1	10	50	7	120	90
2	12	55	8	110	95
3	14	60	9	100	105
4	16	65	10	95	115
5	18	70	11	90	125

Завдання для виконання

1. Внести наведені дані у таблицю Excel.
2. Прийняти лінійні функції попиту і пропозиції:

$$Q^D = a_1 + b_1P + c_1I$$

$$Q^s = a_2 + b_2P + c_2C$$

3. У стовпцях розрахувати розрахункові $Q^D(p)$ і $Q^s(p)$ з початковими параметрами (наприклад, $a_1 = 0$, $b_1 = -2$, $c_1 = 1$, $a_2 = 0$, $b_2 = 3$, $c_2 = 1$).

4. Розрахувати суму квадратів відхилень між фактичними та розрахунковими значеннями:

$$S = \sum(Q^D - Q^D_{(}\text{p}_{)})^2 + \sum(Q^s - Q^s_{(}\text{p}_{)})^2$$

5. Отримати оптимальні параметри рівнянь попиту й пропозиції.

6. Знайти рівноважну ціну, за якої $Q^D = Q^s$, і відповідний рівноважний обсяг.

7. Побудувати графіки функцій попиту та пропозиції, показати точку рівноваги.

8. Провести сценарний аналіз:

- збільшення доходів I на 10%;
- зростання собівартості C на 5%.

Проаналізувати зміни у рівноважній ціні та обсязі.

Розв'язання

Створіть таблицю на аркуші Excel із вихідними даними:

Далі, у стовпці **H** запишіть параметри рівнянь попиту та пропозиції.

Комірка	**Позначення**	**Початкове значення**
H2	a_1 (константа попиту)	0
H3	b_1 (коеф. ціни)	–1
H4	c_1 (коеф. доходів)	1
H6	a_2 (константа пропозиції)	0
H7	b_2 (коеф. ціни)	1
H8	c_2 (коеф. собівартості)	1

У стовпці G розрахуйте розрахунковий попит ($Q^D_{(}\text{p}_{)}$) за рівнянням:

$$Q^D = a_1 + b_1 P + c_1 I$$

Формула для клітинки G2:

=$H$2+$H$3*B2+$H$4*C2

У стовпці H обчисліть розрахункову пропозицію ($Q^s_{(}\text{p}_{)}$) за рівнянням:

$$Q^s = a_2 + b_2 P + c_2 C$$

Формула для клітинки H2:

=$H$6+$H$7*B2+$H$8*D2

Скопіюйте обидві формули до рядка 6.

У стовпцях **I** та **J** визначте різницю між фактичними та розрахунковими значеннями:

Комірка	**Формула**	**Значення**
I2	=E2–G2	Похибка попиту
J2	=F2–H2	Похибка пропозиції

Потім створіть стовпці **I²** та **J²** для квадратів похибок:

=(E2-G2)^2

=(F2-H2)^2

У нижній частині таблиці обчисліть суму похибок (показник для мінімізації):

У комірці I8:

=SUM(I2:I6)+SUM(J2:J6)

Позначте це як **"S = Σ похибок²"** — саме цю комірку ви будете мінімізувати.

Якщо Solver не активований, підключіть його: Файл → Параметри → Надбудови → Надбудови Excel → Перейти → Solver Add-in → ОК.

Кроки налаштування:

1. Виберіть у меню Дані → Пошук рішення (Solver).
2. У полі Цільова комірка (Set Objective) введіть адресу комірки з сумою квадратів відхилень (*I8*).
3. Виберіть Мінімум (Min).
4. У полі Змінюючи комірки (By Changing Variable Cells) введіть діапазон параметрів *H2:H4;H6:H8*.
5. Метод розв’язання: GRG Nonlinear.
6. Натисніть Виконати (Solve).

Solver автоматично підбере такі параметри a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2, що мінімізують суму квадратів похибок між фактичними та розрахунковими даними.

Після оптимізації отримаєте приблизно такі рівняння (умовно):

$$Q^D = 25 + 0.7I - 2.5P$$

$$Q^s = 15 + 3.2P - 1.4C$$

Інтерпретація:

- коефіцієнт *–2.5* у рівнянні попиту свідчить, що зі зростанням ціни на одиницю попит зменшується на 2,5 одиниці;
- коефіцієнт *3.2* у рівнянні пропозиції означає, що зі зростанням ціни на одиницю пропозиція збільшується на 3,2 одиниці.

Для знаходження рівноважної ціни P_e, при якій $Q^D = Q^s$,

зрівняйте рівняння:

$$25 + 0.7I - 2.5P = 15 + 3.2P - 1.4C$$

В Excel розв'яжіть рівняння відносно *P* (наприклад, для середніх значень I = 60, C = 9):

У клітинці K2:

=(($H$2-$H$6)+$H$4*C2-$H$8*D2)/($H$7-$H$3)

Це дає рівноважну ціну.

Далі підставте її у рівняння попиту для обчислення рівноважного обсягу Q_e.

Побудова графіків

1. Виділіть стовпці «Ціна» (B2:B6), «Q^D(p)» (G2:G6) і «Q^s(p)» (H2:H6).
2. Вставте **точкову діаграму з лініями** (тип "Scatter with lines").
3. Назвіть осі:
   - X — Ціна,
   - Y — Обсяг.
4. Додайте лінії тренду та підпис точки рівноваги (P_e, Q_e).

Сценарний аналіз (динаміка ринку)

Для аналізу динаміки зміни ринку створіть два сценарії:

- **Сценарій 1:** доходи споживачів зростають на 10%;
- **Сценарій 2:** собівартість виробництва підвищується на 5%.

Змініть відповідні стовпці I або C, знову обчисліть $Q^D(p)$, $Q^s(p)$ і визначте нові P_e та Q_e. Порівняйте результати у вигляді графіка — так можна побачити, як ринок реагує на зміни умов.

Економічна інтерпретація результатів

- **Коефіцієнт b_1** (при ціні) у рівнянні попиту має бути від'ємним, що підтверджує закон попиту.
- **Коефіцієнт b_2** (при ціні) у рівнянні пропозиції — додатний, що відповідає закономірності зростання пропозиції із підвищенням ціни.
- **R^2** можна обчислити функцією:

=1-(SSE/DEVSQ(E2:E6))

Якщо $R^2 > 0{,}9$ — модель вважається адекватною

Задачі для самостійної роботи

Задача 1. Ринкова рівновага на продовольчому ринку

Модель ринку відображає взаємозв'язок між ціною (P, грн/кг), доходами споживачів (I, тис. грн) та собівартістю виробництва (C, грн/кг). Наведені статистичні дані за п'ять місяців:

Місяць	P	I	C	Q^D	Q^s
1	20	60	14	320	250
2	22	63	15	300	270
3	24	65	16	285	295
4	26	68	17	270	310
5	28	70	18	260	330

Завдання:

1. Побудувати функції попиту та пропозиції у вигляді множинної регресії.
2. Визначити рівноважну ціну та рівноважний обсяг.
3. Виконати аналіз зміни рівноваги при зростанні доходів на 5%.

4. Визначити коефіцієнт детермінації R^2 для оцінки адекватності моделі.

Задача 2. Аналіз динаміки попиту на енергетичні ресурси

На ринку електроенергії попит залежить від ціни (P) та рівня промислового виробництва (I), а пропозиція — від ціни (P) і собівартості генерації (C).

Рік	P (грн/кВт·год)	I (індекс, %)	C (грн/кВт·год)	Q^D	Q^s
1	1,2	100	0,9	820	760
2	1,4	105	1,0	800	790
3	1,6	108	1,1	780	820
4	1,8	110	1,2	760	850
5	2,0	115	1,3	745	880

Завдання:

1. Сформувати рівняння попиту та пропозиції.
2. Знайти параметри моделей за допомогою Solver.
3. Визначити рівноважну ціну електроенергії.
4. Проаналізувати, як зміниться рівновага при підвищенні собівартості виробництва на 10%.

Пол

Задача 3. Моделювання ринку транспортних послуг

Фірма аналізує співвідношення між вартістю поїздки (P), доходами населення (I), витратами перевізників (C) та обсягами попиту і пропозиції.

Період	P (грн)	I (тис. грн)	C (грн)	Q^D	Q^s
1	60	45	38	130	110
2	65	47	39	125	115
3	70	50	40	120	120
4	75	52	41	115	126
5	80	55	42	110	130

Завдання:

1. Побудувати рівняння попиту та пропозиції за допомогою Solver.
2. Знайти рівноважну вартість поїздки.
3. Визначити, як зміниться рівноважна ціна при зростанні доходів населення на 8%.
4. Побудувати графік залежності Q^D і Q^s від ціни.

Задача 4. Прогнозування ринку ІТ-послуг

Компанія проводить дослідження залежності обсягів ринку ІТ-послуг (Y) від ціни одиниці послуги (P) та індексу цифрової готовності економіки (I), а також витрат спеціалістів (C), що впливають на пропозицію.

Рік	**P (дол.)**	**I (індекс, %)**	**C (дол.)**	Q^D	Q^s
1	50	90	35	210	190
2	55	92	36	205	195
3	60	95	37	200	200
4	65	97	38	195	205
5	70	100	39	190	210

Завдання:

1. Побудувати рівняння попиту та пропозиції.
2. Визначити оптимальні параметри *a, b, c* за допомогою **Solver**.
3. Розрахувати прогнозований обсяг ринку при *I = 105%* і *C = 40 дол.*
4. Побудувати графік рівноваги й зробити висновки щодо стабільності ринку.

Питання для самоконтролю

1. Що таке ринкова рівновага?
2. Як визначається рівноважна ціна?
3. Які фактори впливають на пропозицію товарів і послуг?
4. У чому переваги використання Solver для побудови економічних моделей?
5. Як інтерпретувати коефіцієнти b_1 і b_2 у рівняннях попиту та пропозиції?
6. Як зміна доходів споживачів вплине на положення кривої попиту?
7. Яке економічне значення має коефіцієнт c_2?

Практична робота № 8

Тема: Моделі і методи сегментування ринку.

Мета: Закріпити знання щодо сутності, принципів і методів сегментування ринку; навчитися використовувати кількісні та якісні моделі для аналізу споживачів, оцінки привабливості сегментів і вибору цільових груп ринку.

Навчальне обладнання: персональний комп'ютер, спеціалізований пакет програм для оптимізації (Solver), методичні інструкції щодо виконання.

Теоретичні відомості

Сегментування ринку - це процес поділу сукупного ринку на однорідні групи споживачів (сегменти), які мають схожі потреби, поведінку або характеристики, що визначають реакцію на маркетингові стимули підприємства.

Основна мета сегментування — ідентифікувати ті частини ринку, на яких підприємство може досягти конкурентних переваг.

Основні етапи сегментування:

1. Визначення критеріїв (географічні, демографічні, психографічні, поведінкові).
2. Збір та аналіз інформації про споживачів.
3. Вибір методів моделювання (кластерний аналіз, дискримінантний аналіз, факторний аналіз).
4. Побудова моделей сегментів.
5. Оцінка привабливості сегментів.
6. Вибір цільового сегменту (таргетинг) та позиціонування.

Математичні моделі сегментування:

- **Кластерний аналіз (Cluster Analysis):** дозволяє розподілити споживачів на групи за схожістю характеристик.

- **Метод k-середніх (k-means):** застосовується для кількісного визначення сегментів за певними параметрами (наприклад, доход, частота покупок, вік).
- **Факторний аналіз:** визначає основні чинники, що впливають на поведінку споживачів.
- **Моделі багатовимірного шкалювання (MDS):** візуалізують сприйняття товарів на ринку.

Приклади розв'язання задач

Задача 1. Підприємство вивчає ринок побутових товарів і опитало 6 покупців, щоб визначити, як поділити ринок на сегменти. Враховуються два показники:

- **Рівень доходу** (низький, середній, високий)
- **Частота покупок** (рідко, періодично, часто)

Результати опитування:

Покупець	Рівень доходу	Частота покупок
1	Низький	Рідко
2	Середній	Періодично
3	Високий	Часто
4	Середній	Рідко
5	Високий	Періодично
6	Низький	Рідко

Завдання

1. Розділити споживачів на сегменти за спільними характеристиками.
2. Назвати кожен сегмент (наприклад, «економні покупці», «постійні клієнти» тощо).
3. Для кожного сегмента визначити, яку маркетингову стратегію варто застосувати

Розв'язання

Крок 1. Визначимо подібність

- Покупці 1 і 6 мають низький дохід і рідко купують → один сегмент.

- Покупці 2 і 4 — середній дохід, але різна частота → можливо розділити.
- Покупці 3 і 5 — високий дохід, купують часто або періодично → другий сегмент.

Крок 2. Сформуємо сегменти

Сегмент	Учасники	Характеристика
1. Економні покупці	1, 6	Низький дохід, купують рідко, чутливі до ціни.
2. Раціональні покупці	2, 4	Середній дохід, купують періодично або рідко, орієнтуються на співвідношення “ціна–якість”.
3. Активні споживачі	3, 5	Високий дохід, купують часто, реагують на новинки та якість.

Крок 3. Маркетингові стратегії

Сегмент	Рекомендована стратегія
Економні покупці	Знижки, акції, дешеві упаковки, реклама “дешево і практично”.
Раціональні покупці	Програми лояльності, “2 за ціною 1”, гарантії якості.
Активні споживачі	Преміум-продукти, ексклюзивні пропозиції, персоналізований сервіс.

Висновок

Ринок доцільно поділити на три сегменти — економних, раціональних і активних споживачів. Такий поділ допомагає підприємству розробити окремі підходи для кожної групи клієнтів, підвищити ефективність продажу та зменшити витрати на рекламу.

Задачі для самостійної роботи

Задача 1.

Магазин побутової техніки має дані про трьох покупців:

1. Іван — вік 25 років, купує техніку раз на 2 роки, середній чек 6000 грн;

2. Олена — 37 років, купує техніку раз на рік, середній чек 12 000 грн;
3. Михайло — 48 років, купує техніку двічі на рік, середній чек 25 000 грн.

Завдання: поділіть споживачів на сегменти за критеріями «платоспроможність» та «частота покупок». Які товари або рекламні повідомлення варто запропонувати кожному сегменту?

Задача 2.

Підприємство виготовляє шоколад. У ході опитування отримано такі результати:

- 40% споживачів купують лише дешевий шоколад,
- 35% — середнього цінового сегмента,
- 25% — преміальний.

Завдання: визначте, які сегменти є найбільш чисельними, і яку маркетингову стратегію варто розробити для кожного з них.

Задача 3.

Кафе досліджує відвідувачів:

- Студенти приходять 2–3 рази на тиждень, замовляють напої та перекуси;
- Працівники офісів — 1–2 рази на день у робочий час;
- Туристи — епізодично, але роблять великі замовлення.

Завдання: визначте три сегменти споживачів і запропонуйте спеціальні пропозиції або акції для кожного.

Задача 4.

Інтернет-магазин аналізує покупки клієнтів за останній місяць:

- 60% — купують товари зі знижками,
- 25% — реагують на новинки,
- 15% — замовляють лише перевірені бренди.

Завдання: охарактеризуйте ці сегменти за типом поведінки. Який із них найскладніше утримати та чому?

Задача 5.

Компанія планує вивести на ринок новий спортивний напій. Проведене опитування виявило 4 групи потенційних споживачів:

1. Підлітки (13–17 років);
2. Студенти;
3. Люди, що активно займаються спортом;
4. Особи віком 40+.

Завдання: за якими критеріями (демографічними, поведінковими, психографічними) можна провести сегментування? Яку групу варто обрати як цільовий сегмент?

Питання для самоконтролю

1. Що таке сегментування ринку і яку роль воно відіграє в маркетинговій стратегії підприємства?
2. Які існують основні критерії сегментування ринку (назвіть не менше п'яти)?
3. У чому полягає різниця між географічним, демографічним, психографічним і поведінковим підходами до сегментування?
4. Які етапи включає процес сегментування ринку?
5. Які методи (моделі) використовуються для кількісного аналізу сегментів?
6. Як визначають привабливість сегменту ринку?
7. У чому полягає сутність методу кластерного аналізу?
8. Що означає поняття цільовий сегмент і за якими критеріями його обирають?
9. Які типові помилки допускають підприємства під час сегментування?
10. Як результати сегментування впливають на позиціонування товару на ринку?

Практична робота № 9

Тема: Моделювання попиту і поведінки споживачів.

Мета: Закріпити знання про закономірності формування попиту, чинники, що на нього впливають, та навчитися будувати прості економічні моделі взаємозв'язку між ціною, кількістю товару і поведінкою споживачів без використання комп'ютерних технологій.

Навчальне обладнання: персональний комп'ютер, спеціалізований пакет програм для оптимізації (Solver), методичні інструкції щодо виконання.

Теоретичні відомості

Попит – це функціональна залежність між кількістю товару або послуги, яку споживачі готові придбати, та рівнем ціни за певний проміжок часу. У математичному моделюванні попит описується рівнянням виду.

$$Q_D = f(P),$$

де Q_D — обсяг попиту, P — ціна товару.

Закон попиту відображає обернену залежність між цими змінними: при інших сталих умовах підвищення ціни призводить до зменшення обсягу попиту, а зниження ціни — до його збільшення.

Графічно ця закономірність виражається спадною кривою попиту, що має негативний нахил. У найпростішому випадку попит можна представити лінійною моделлю:

$$Q_D = a - bP,$$

де a і b — параметри моделі, які визначають початковий рівень попиту та швидкість його зміни під впливом ціни.

Пропозиція — це економічна категорія, що характеризує кількість товарів або послуг, яку виробники готові реалізувати на ринку за певного рівня ціни протягом певного періоду часу.

У математичному моделюванні пропозицію описують як функцію виду:

$$Q_S = g(P),$$

де Q_S — обсяг пропозиції, P — ціна товару.

Закон пропозиції встановлює пряму залежність між ціною і кількістю запропонованого товару: із підвищенням ціни виробники прагнуть збільшити обсяг випуску, оскільки це забезпечує зростання прибутку; зі зниженням ціни — навпаки, скорочують пропозицію.

У найпростішій лінійній формі модель пропозиції записується як:

$$Q_S = c + dP,$$

де *c* — обсяг пропозиції за нульової ціни (іноді інтерпретується як початкові витрати або мінімальний обсяг виробництва),

а *d* — коефіцієнт еластичності пропозиції, який показує, як змінюється кількість продукції при зміні ціни на одиницю.

Графічно функція пропозиції має висхідний характер — зі збільшенням ціни зростає і кількість товарів, які пропонує виробник.

Приклади розв'язання задач

Задача 1. (Аналітична модель попиту)

Фірма дослідила залежність попиту на свій товар від ціни і встановила, що:

- коли ціна становить 10 грн — попит дорівнює 90 одиниць;
- коли ціна 20 грн — попит дорівнює 70 одиниць.

Завдання:

1. Побудувати лінійне рівняння попиту $Q_D = a - bP$.
2. Обчислити, який буде попит при ціні 15 грн.
3. Пояснити економічний зміст коефіцієнта b.

Розв'язання

Задача описується системою:

$$\begin{cases} 90 = a - 10b, \\ 70 = a - 20b. \end{cases}$$

Віднімемо друге рівняння від першого:

$$20 = 10b \Rightarrow b = 2.$$

Підставимо $b=2$ у перше рівняння:

$$90 = a - 20 \Rightarrow a = 110.$$

Отже, модель попиту:

$$Q_D = 110 - 2P.$$

При P=15:

$$Q_D = 110 - 2 \times 15 = 80.$$

Відповідь: при ціні 15 грн попит становить 80 одиниць. Коефіцієнт b=2 означає, що при зростанні ціни на 1 грн попит зменшується на 2 одиниці.

Задача 2. (Модель ринкової рівноваги)

Відомо, що:

$$Q_D = 100 - 2P, \quad Q_S = 20 + P.$$

Завдання:

1. Знайти рівноважну ціну $P*$ і рівноважний обсяг $Q*$.
2. Пояснити економічний зміст рівноваги.

Розв'язання

За умовою рівноваги $Q_D=Q_S$:

$$100 - 2P = 20 + P \Rightarrow 3P = 80 \Rightarrow P^* = 26{,}7.$$

Підставляємо у будь-яке рівняння:

$$Q^* = 100 - 2(26{,}7) = 46{,}6.$$

Відповідь: Рівноважна ціна — приблизно 26,7 грн; рівноважний обсяг — 47 одиниць. Це означає, що при такій ціні виробники готові постачати стільки ж, скільки споживачі бажають придбати.

Задача 3. (Еластичність попиту)

Якщо при зниженні ціни з 20 до 18 грн попит зріс зі 100 до 120 одиниць, знайдіть коефіцієнт еластичності попиту за ціною.

$$E_p = \frac{\%\ \text{зміна}\ Q}{\%\ \text{зміна}\ P} = \frac{(120-100)/100}{(18-20)/20} = \frac{0{,}2}{-0{,}1} = -2.$$

Оскільки |Ep|>1|, попит **еластичний**, тобто споживачі чутливо реагують на зміну ціни.

Задачі для самостійної роботи

Задача 1. Модель попиту

Попит на товар визначається залежністю:

$$Q_D = 120 - 3P.$$

1. Обчисліть обсяг попиту при цінах 10 грн, 20 грн і 30 грн.
2. Накресліть графік функції попиту у координатах $Q_D(P)$.
3. Поясніть, як змінюється поведінка споживачів при зростанні ціни.

Задача 2. Модель пропозиції

Пропозиція товару описується рівнянням:

$$Q_S = 20 + 2P.$$

1. Знайдіть, скільки одиниць товару буде запропоновано при цінах 5 грн, 10 грн, 15 грн.
2. Побудуйте графік функції пропозиції.
3. Опишіть логіку поведінки виробників за різних рівнів ціни.

Задача 3. Ринкова рівновага

Для певного ринку відомі рівняння:

$$Q_D = 100 - 2P, \quad Q_S = 40 + P.$$

1. Знайдіть рівноважну ціну P∗ і рівноважний обсяг Q∗.
2. Визначте, що відбувається на ринку, якщо ціна нижча або вища за рівноважну.
3. Накресліть схему рівноваги (перетин ліній попиту і пропозиції).

Задача 4. Еластичність попиту

Якщо при підвищенні ціни з 15 до 18 грн попит зменшився зі 120 до 90 одиниць, знайдіть коефіцієнт еластичності попиту за ціною та охарактеризуйте його (еластичний чи нееластичний попит).

Питання для самоконтролю

1. Які основні чинники впливають на попит споживачів?
2. Як формулюється закон попиту?
3. Що означає коефіцієнт еластичності попиту?
4. У чому полягає сутність ринкової рівноваги?
5. Як змінюється поведінка споживача при еластичному та нееластичному попиті?
6. Як впливають ціни товарів-замінників та товарів-доповнювачів на попит?
7. Чому зростання доходів населення може змістити криву попиту вправо?
8. Які фактори можуть змінювати пропозицію на ринку товарів і послуг?
9. Які можливі наслідки державного регулювання цін (мінімальних або максимальних) для ринкової рівноваги?
10. Яким чином економіко-математичні моделі допомагають менеджеру приймати управлінські рішення щодо формування цінової політики підприємства?

Практична робота № 10

Тема: Аналіз і моделювання механізмів формування попиту та рішень споживачів.

Мета: Набути практичних навичок у побудові та аналізі лінійних моделей попиту, визначенні цінової еластичності та прогнозуванні поведінки споживачів залежно від зміни ключових факторів (ціна, дохід).

Навчальне обладнання: персональний комп'ютер, спеціалізований пакет програм для оптимізації (Solver), методичні інструкції щодо виконання.

Теоретичні відомості

Попит (Q_D) — це кількість товару, яку споживачі бажають і можуть придбати за певною ціною протягом певного періоду.

$$Q_D = f(P, I, P_S, P_C, T, N, \dots)$$

Де:

P — ціна даного товару;

I — дохід споживачів (income);

P_S — ціни на товари-субститути (замінники);

P_C — ціни на товари-комплементи (доповнювачі);

T — смаки та вподобання;

N — кількість споживачів.

Еластичність попиту — це показник міри чутливості обсягу попиту до зміни одного з факторів, що його визначають.

Формула точкової еластичності:

$$E_P = \frac{\Delta Q_D}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q_D}$$

Інтерпретація $|E_P|$:

- $|E_P| > 1$: **Еластичний** попит (сильна реакція).
- $|E_P| < 1$: **Нееластичний** попит (слабка реакція).
- $|E_P| = 1$: **Одинична** еластичність.

Еластичність попиту за доходом (E_I)

Визначає, на скільки відсотків зміниться попит при зміні доходу споживачів на 1%

$$E_I = \frac{\Delta Q_D}{\Delta I} \cdot \frac{I}{Q_D}$$

Інтерпретація E_I:

- $E_I > 0$: **Нормальний** товар.
- $E_I < 0$: **Неякісний** товар (споживання падає зі зростанням доходу).

В основі Закону попиту лежить проста економічна логіка: що дорожчий товар (за однакових умов), то меншою буде його кількість, яку бажають придбати споживачі, і навпаки. Ця негативна кореляція між ціною та обсягом попиту візуалізується як низхідна крива. Для базового аналізу цей економічний зв'язок часто моделюється лінійним рівнянням**.**

$$Q_D = a - bP,$$

де a і b — параметри моделі, які визначають початковий рівень попиту та швидкість його зміни під впливом ціни.

В економіці пропозиція визначається як сукупність товарів або послуг, доступних для реалізації, кількість яких виробники зобов'язуються вивести на ринок за певною ціною протягом даного періоду часу.

У математичному моделюванні пропозицію описують як функцію виду:

$$Q_S = g(P),$$

де Q_S — обсяг пропозиції, P — ціна товару.

Закон пропозиції відображає пряму залежність між цими змінними:

За інших сталих умов (ceteris paribus) підвищення ціни товару стимулює виробників збільшувати його обсяг пропозиції, тоді як зниження ціни призводить до зменшення цього обсягу.

Графічно ця закономірність виражається зростаючою кривою пропозиції, що має позитивний нахил. Це пояснюється тим, що вища ціна дає виробникам більший стимул (прибуток) для нарощування виробництва.

У найпростішій лінійній формі модель пропозиції записується як:

$$Q_S = c + dP,$$

де c — обсяг пропозиції за нульової ціни (іноді інтерпретується як початкові витрати або мінімальний обсяг виробництва),

а d — коефіцієнт еластичності пропозиції, який показує, як змінюється кількість продукції при зміні ціни на одиницю.

Приклади розв’язання задач

Задача 1. Побудова та аналіз функції попиту

Компанія «ЕкоСвіт», що спеціалізується на продажу екологічно чистих товарів, провела маркетингове дослідження попиту на новий органічний продукт «Здоровий сніданок» (товар «А»). За результатами дослідження були отримані такі дані про обсяг попиту (Q_D) при двох різних цінах (P):

Ситуація	**Ціна (P, грн/од)**	**Обсяг попиту (QD, тис. од за місяць)**
1	**20**	**120**
2	**30**	**100**

Припустіть, що залежність між ціною та обсягом попиту є лінійною.

Вимоги до виконання:

1. Сформулюйте лінійну функцію попиту (Q_D = a - bP) для товару «А», визначивши числові значення параметрів a та b.
2. Розрахуйте прогнозований обсяг попиту (Q_D), якщо компанія встановить ціну на рівні 50 грн за одиницю товару.
3. Визначте максимальну ціну (P_{max}), яку споживачі готові заплатити за цей товар (тобто ціну, при якій обсяг попиту дорівнює нулю).

4. Поясніть економічний зміст коефіцієнта \$b\$, отриманого у функції попиту.

Розв'язання

Використовуємо систему рівнянь:

$$120 = a - b \cdot 20$$

$$100 = a - b \cdot 30$$

Віднімемо друге рівняння від першого:

$$120 - 100 = (a - a) - (20b - 30b)\ 20 = 10b \Rightarrow b = 2$$

Підставимо b=*2* у перше рівняння:

$$120 = a - 2 \cdot 20\ 120 = a - 40 \Rightarrow a = 160$$

Отже, модель попиту:

$$Q_D = 160 - 2P$$

При P=50:

$$Q_D = 160 - 2 \cdot 50 = 160 - 100 = 60$$

Відповідь: Обсяг попиту становитиме 60 тис. одиниць.

Задача 2. Моделювання поведінки споживачів (Дохід)

Припустимо, аналітичний відділ мережі супермаркетів виявив, що попит на органічний сир «Злагода» (товар «Б») залежить не лише від його ціни, але й від середнього місячного доходу споживачів (I).

Повна функція попиту на цей товар має вигляд:

$$\mathbf{Q_D = 100 - 3P + 0,1I}$$

Де:

Q_D — обсяг попиту (тис. упаковок на місяць);

P — ціна товару (грн);

I — середній місячний дохід споживачів (грн).

Поточні ринкові умови:

Поточна ціна товару: P = 10грн.

Середній місячний дохід: I = 100 грн.

Завдання:

1. Визначте початковий обсяг попиту (Q_D) на товар «Б» за поточних умов.
2. Класифікуйте товар «Б» (нормальний чи неякісний) та поясніть свою відповідь, виходячи з коефіцієнта при доході.
3. Розрахуйте точкову еластичність попиту за доходом (E_I) за поточних умов.
4. Спрогнозуйте, на скільки відсотків зміниться попит, якщо середній місячний дохід споживачів зросте на 20%.

Розв'язання

Визначення початкового обсягу попиту (Q_D)

Підставимо поточні значення P=10 та I=1000 у функцію попиту:

$$Q_D = 100 - 3P + 0,1I$$

$$Q_D = 100 - 3 \cdot 10 + 0,1 \cdot 1000$$

$$Q_D = 100 - 30 + 100$$

$$\mathbf{Q_D = 170} \text{ (тис. упаковок)}$$

Початковий обсяг попиту становить 170 тис. упаковок.

Класифікація товару «Б»

Коефіцієнт при доході ($\frac{\Delta Q_D}{\Delta I}$) у функції дорівнює $+0,1$.

Оскільки цей коефіцієнт **додатний** ($\mathbf{0,1 > 0}$), зростання доходу призводить до зростання попиту.

Висновок: Товар «Б» є нормальним товаром.

Розрахунок точкової еластичності попиту за доходом (E_I)

Використовуємо формулу точкової еластичності за доходом:

$$E_I = \frac{\Delta Q_D}{\Delta I} \cdot \frac{I}{Q_D}$$

$\frac{\Delta Q_D}{\Delta I}$ — коефіцієнт при I (marginal propensity to consume), який дорівнює $0,1$.

$I = 1000$ грн (поточний дохід).

$Q_D = 170$ тис. од (початковий попит).

$$E_I = 0,1 \cdot \frac{1000}{170}$$

$$E_I = \frac{100}{170} \approx \mathbf{0,588}$$

Інтерпретація: Оскільки $0 < E_I < 1$, попит за доходом є нееластичним. Це означає, що попит на сир зростає, але повільніше, ніж дохід.

Прогноз зміни попиту при зростанні доходу на 20%

Використовуємо визначення еластичності:

$$E_I = \frac{\%\ \text{зміна}\ Q_D}{\%\ \text{зміна}\ I}$$

За умовою, % зміна I = +20%

$$\%\ \text{зміна}\ Q_D = E_I \cdot \%\ \text{зміна}\ I$$

$$\%\ \text{зміна}\ Q_D \approx 0,588 \cdot 20\%$$

$$\%\ \text{зміна}\ Q_D \approx \mathbf{11,76\%}$$

Висновок: Якщо середній місячний дохід споживачів зросте на 20%, то попит на сир «Злагода» зросте приблизно на 11,76%.

Задачі для самостійної роботи

Задача 1. Поведінка споживача

За результатами анкетування виявлено три типи покупців:

- **Раціональні** — обирають товари середнього рівня цін;
- **Імпульсивні** — купують під впливом реклами;
- **Економні** — реагують лише на зниження ціни.

1. Опишіть для кожного типу споживача, як зміниться їхня поведінка у разі підвищення ціни на 10%.
2. Які управлінські рішення може прийняти менеджер, щоб зберегти попит у кожній групі?

Задача 2. Зміна ринкової рівноваги

На ринку діє рівновага при рівняннях:

$$Q_D = 200 - 4P, \quad Q_S = 40 + 2P.$$

Після підвищення витрат виробництва виробники змінюють функцію пропозиції на

$$Q'_S = 20 + 2P.$$

1. Знайдіть стару рівноважну ціну P_1^* і нову рівноважну ціну P_2^*.
2. Як змінився рівноважний обсяг товару на ринку?
3. Поясніть, як така зміна вплине на поведінку споживачів і виробників.

Питання для самоконтролю

1. Який взаємозв'язок (прямий чи обернений) встановлює Закон попиту між ціною товару та його обсягом?
2. Що означає економічний принцип *ceteris paribus* (за інших рівних умов) у контексті аналізу функції попиту?
3. Чому, згідно з Законом пропозиції, крива пропозиції на графіку завжди є зростаючою?
4. Який фактор призводить до зсуву всієї кривої попиту (зміна самого попиту), на відміну від руху вздовж кривої (зміна обсягу попиту)?
5. Який тип товару (нормальний чи неякісний) має позитивне значення еластичності попиту за доходом (EI)?
6. Як з точки зору економічної класифікації, називають товари, попит на які падає при зростанні середнього доходу споживачів?

Список використаних джерел

1. Волонтир Л.О, Потапова Н.А., Ушкаленко І.М., І.А. Чіков Оптимізаційні методи та моделі в підприємницькій діяльності: Навчальний посібник. / Волонтир Л.О, Потапова Н.А., Ушкаленко І.М., І.А. Чіков – Вінницький національний аграрний університет. Вінниця: ВНАУ, 2020. 334 с.

2. Григорків В.С., Григорків М.В., Ярошенко О.І. Оптимізаційні методи та моделі : підручник. Чернівці : Чернівецький нац. ун-т, 2022. 440 с.

3. Кузьмін О. Є., Новаківський І. І. Економіко-математичні методи і моделі у науково-дослідних роботах. Навчальний посібник / за заг. ред. д-ра екон. наук, проф. О. Є. Кузьміна. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2021. 284 с.

4. Козьменко О.В. Економіко-математичні методи та моделі (економетрика): навчальний посібник / О.В. Козьменко, О.В. Кузьменко. Суми : Університетська книга, 2021. 406 с.

5. Копич І. М., Сороківський В. М., Стефаняк В. І. Математичні моделі в менеджменті та маркетингу: навчальний посібник. Львів: Новий світ-2000, 2021. 376 с.

6. Мельник Л. Г., Карінцева О. І., Кубах А. І. Математичне моделювання економічних процесів: навчальний посібник. Суми: СумДУ, 2021. 284 с.

7. Покотило С. О., Грицай І. О. Економіко-математичне моделювання: навчальний посібник. Київ: КНЕУ, 2022. 312 с.

8. Савчук В. С., Іваненко І. В. Оптимізаційні методи і моделі в економіці та менеджменті. Київ: КНЕУ, 2022. 340 с.

9. Шевченко Л. С., Гнатенко І. А. Економетрія та економіко-математичні методи в менеджменті. Харків: ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2023. 256 с.

10. Яковенко Р. В. Моделювання соціально-економічних систем: навчальний посібник. Дніпро: ДНУ, 2021. 298 с.

МУШЕНИК Ірина Миколаївна

«Математичні методи і моделі в менеджменті»

Методичні рекомендації
для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня
вищої освіти
за спеціальністю D3 «Менеджмент»