

Заклад вищої освіти «Подільський державний університет»
Інженерно-технічний факультет
Кафедра агроінженерії і системотехніки
імені Михайла САМОКИША

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА
НА ТЕМУ:
**«ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ
ДИНАМІКИ СТІЙКОСТІ У ПРИВОДАХ З ГНУЧКИМ
РОБОЧИМ ЕЛЕМЕНТОМ»**

Виконав:

здобувач вищої освіти освітнього ступеня
«Магістр» освітньо-професійної програми
«Агроінженерія» спеціальності 208
«Агроінженерія» денної форми навчання

Владислав ГАЛАК

Керівник:

професор,

Борис КОТОВ

Оцінка захисту:

Національна шкала _____

Кількість балів _____

Шкала ECTS _____

«___» грудня 2025 р.

Допускається до захисту:

«___» грудня 2025 р.

Гарант освітньо-професійної програми
«Агроінженерія» спеціальності
208 «Агроінженерія», доцент

Василь ДУГАНЕЦЬ

ЗМІСТ

	Стор.
ЗАВДАННЯ НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ.....	5
АНОТАЦІЯ.....	7
РЕФЕРАТ.....	8
ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ, ТЕРМІНІВ, СИМВОЛІВ, ПОЗНАЧЕНЬ.....	9
ВСТУП.....	10
РОЗДІЛ І. ДИНАМІЧНІ ПРОЦЕСИ ГНУЧКИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИВОДІВ, ВПЛИВ ПАРАМЕТРІВ НА ЇХ СТІЙКІСТЬ.....	14
1.1. Динамічні процеси у приводах з гнучкими елементами..	14
1.2. Особливості коливних процесів гнучких елементів приводів.....	16
1.3. Стійкість нелінійних коливань	24
1.4. Параметричні коливання та їх стійкість.....	26
Висновки до першого розділу.....	30
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ІМПУЛЬСНИХ СИЛ НА НЕЛІНІЙНІ КОЛИВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ МАШИН, ЯКІ ХАРАКТЕРИЗУЮТЬСЯ СТАЛОЮ ШВИДКІСТЮ ПОЗДОВЖНЬОГО РУХУ	31
2.1. Диференціальне рівняння коливань приводу, що рухається зі сталою поздовжньою швидкістю	31
2.1.1. Диференціальне рівняння поперечних коливань гнучкого елемента приводу.....	31
2.1.2. Диференціальне рівняння поздовжніх коливань гнучкого елемента приводу.....	33
2.2. Методика дослідження впливу періодичних імпульсних сил на нелінійні коливання гнучкого робочого елемента механічного приводу....	36
2.2.1. Нерезонансний випадок.....	38
2.2.2. Резонансний випадок.....	41

2.2.3. Дослідження коливних процесів гнучких елементів приводів для деяких випадків дії імпульсних сил.....	42
2.2.4. Дробовий резонанс.....	46
Висновки до другого розділу.....	48
РОЗДІЛ 3. ПАРАМЕТРИЧНІ КОЛИВАННЯ ГНУЧКОГО РОБОЧОГО ЕЛЕМЕНТА МЕХАНІЧНОГО ПРИВОДА.....	49
3.1. Змінний натяг гнучкого елемента привода та його вплив на амплітудно-частотну характеристику коливань.....	49
3.1.1. Нерезонансний випадок.....	51
3.1.2. Резонансні явища.....	55
Висновки до третього розділу.....	66
РОЗДІЛ 4. ВПЛИВ ЗМІННОЇ СИЛИ НАТЯГУ ГНУЧКОГО РОБОЧОГО ЕЛЕМЕНТА МЕХАНІЧНОГО ПРИВОДА НА АМПЛІТУДНО- ЧАСТОТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЙОГО КОЛИВАНЬ.....	67
4.1. Автономний випадок.....	66
4.2. Неавтономний випадок.....	68
4.3. Вплив синусоїдальної зовнішньої сили на параметричні коливання... ..	69
4.4. Експериментальне дослідження амплітудно-частотної характеристики гнучкого елемента механічного привода у випадку періодичного імпульсного збурення.....	71
Висновки до четвертого розділу.....	75
РОЗДІЛ 5 ТЕХНІКО-ЕКОНОМІЧНЕ ОБГРУНТУВАННЯ.....	76
5.1. Розрахунок експлуатаційних витрат.....	76
5.2. Визначення річної економії.....	80
Висновки до п'ятого розділу.....	81
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ І ПРОПОЗИЦІЇ.....	82
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	84
ДОДАТКИ.....	89

ПЕРЕЛІК ІЛЮСТРАТИВНОГО МАТЕРІАЛУ

1. Актуальність теми роботи
2. Мета роботи
3. Об'єкт та предмет дослідження
4. Види приводів
5. Розрахункова схема гнучкого робочого елемента привода
6. Залежність частоти коливного процесу від поздовжньої швидкості руху гнучкого елемента привода
7. Залежність частоти коливного процесу від початкового натягу гнучкого елемента привода за різних значень швидкості його поздовжнього руху
8. Схема приводу експериментальної установки
9. Схема лабораторно-польової установки
10. Вихідні дані пасу та шківів
11. Техніко-економічні показники
12. Загальні висновки і пропозиції
13. Завершення доповіді

АНОТАЦІЯ

В кваліфікаційній роботі здобувана вищої освіти Галака В.І. визначено вплив змінних швидкості поздовжнього руху гнучких елементів, сили їх натягу, фізико- механічних характеристик системи та різної природи сил (періодичних, імпульсних) на коливні процеси та їх стійкість у приводах з гнучкими робочими елементами..

Розроблено методики дослідження коливних процесів гнучких елементів приводів у випадку змінних швидкості руху та величини сили натягу гнучких елементів.

THE SUMMARY

In the qualification work of the higher education graduate GaLak V. I., the influence of variables of speed of longitudinal movement of flexible elements, force of their tension, physical and mechanical characteristics of system and various nature of forces (periodic, pulse) on oscillatory processes and their stability in drives with flexible working elements is defined.

Methods of research of oscillatory processes of flexible elements of drives in case of variables of speed of movement and size of force of tension of flexible elements are developed.

РЕФЕРАТ

Галак В.І. Дослідження та оптимізація параметрів динаміки стійкості у приводах з гнучким робочим елементом. Кваліфікаційна робота на здобуття вищої освіти освітнього ступеня «Магістр» освітньо-професійної програми «Агроінженерія» спеціальності 208 «Агроінженерія». Робота виконана на 88 аркушах друкованого тексту

На основі теоретичних передумов досліджень зроблено аналіз існуючих приводів сільськогосподарських машин з гнучкими робочими елементами, встановлено їх відповідність технічним вимогам. Встановлено основні закономірності роботи приводів сільськогосподарських машин з гнучкими робочими елементами, доопрацьовано конструкцію приводів.

Досліджено можливість застосування приводів сільськогосподарських машин з гнучкими робочими елементами, для зниження пошкодження робочих елементів та затрат енергії під час їх використання.

Ключові слова: гнучкі елементи, технологічний процес, амплітуда, привід, коливання, натяг, імпульсні сили, економічна ефективність.

**ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ, ТЕРМІНІВ,
СИМВОЛІВ, ПОЗНАЧЕНЬ**

<i>Скорочення</i>	<i>Розшифровка скорочень</i>
КРМ	Кваліфікаційна робота магістра
ЕК	Екзаменаційна комісія
К	Коефіцієнт відновлення
АЧХ	Амплітудно-частотні характеристики
КБМ	Крилова-Боголюбова-Митропольського метод
t	Момент часу
E	Модуль пружності матеріалу
S	Площа поперечного перерізу стержня, м ²
ρ	Об'ємна густина стержня
v	Швидкості поздовжнього руху гнучкого робочого елемента, м/с
S ₀	Стала складова сили натягу гнучкого елемента
S _k	Амплітуда змінної, гармонійної складової сили натягу
c	Довільна стала
ν	Частота зміни натягу гнучкого елемента
Q	Період змушувальної сили
μ	Частота змушувальної сили
H ₁ H ₂	Коефіцієнти змушувальної сили
l	Довжина гнучкого елемента, м
ρ	Погонна маса гнучкого елемента, кг
γ	Коефіцієнт параметричного збурення
W	Ширина більшої основи, м
h	Висота більшої основи, м

Заклад вищої освіти «Подільський державний університет»
Інженерно-технічний факультет
Кафедра агроінженерії і системотехніки імені Михайла САМОКИША
Освітній ступінь «Магістр»
Спеціальність 208 «Агроінженерія»

ЗАТВЕРДЖУЮ
Завідувач кафедри,
Анатолій РУДЬ
„ 4 ” квітня 2025 р.

ЗАВДАННЯ
на кваліфікаційну роботу здобувачу вищої освіти

ГАЛАКУ
Владиславу Ігоровичу

Тема роботи: „ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ
ПАРАМЕТРІВ ДИНАМІКИ СТІЙКОСТІ У ПРИВОДАХ
З ГНУЧКИМ РОБОЧИМ ЕЛЕМЕНТОМ ”

Керівник роботи: професор, КОТОВ Борис Іванович

Затверджено наказом по Закладу вищої освіти «Подільський державний університет» від « 4 » квітня 2025 року № 355 с

Строк подання здобувачем вищої освіти закінченої роботи 2 грудня 2025 року.

Вихідні дані до роботи:

1. Науково-технічна література, авторські свідоцтва і патенти на винаходи приводів механізмів з гнучкими робочими елементами, та установок для дослідження робочих органів приводів.

2. Матеріали дипломного проєкту освітнього ступеня «Бакалавр».

Зміст пояснювальної записки:

Вступ

1. Динамічні процеси гнучких елементів приводів, вплив на їх стійкість.
2. Методика дослідження впливу імпульсних сил на нелінійні коливання елементів машин, що характеризуються сталою швидкістю поздовжнього руху.
3. Параметричні коливання гнучкого робочого елемента механічного привода.
4. Вплив змінної сили натягу гнучкого робочого елемента механічного привода на амплітудно-частотну характеристику його коливань.
5. Техніко-економічне обґрунтування.

Загальні висновки і пропозиції

Список використаних джерел

Додатки

Перелік ілюстративного матеріалу:

1. Актуальність теми роботи
2. Мета роботи
3. Об'єкт та предмет дослідження
4. Види приводів
5. Розрахункова схема гнучкого робочого елемента привода
6. Залежність частоти коливного процесу від поздовжньої швидкості руху гнучкого елемента привода
7. Залежність частоти коливного процесу від початкового натягу гнучкого елемента привода за різних значень швидкості його поздовжнього руху
8. Схема приводу експериментальної установки
9. Схема лабораторно-польової установки
10. Вихідні дані пасу та шківів
11. Техніко-економічні показники
12. Загальні висновки і пропозиції
13. Завершення доповіді

Консультанти роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		Завдання видав	Завдання прийняв
Нормоконтроль і захист прав інтелектуальної власності	Корчак М.М., доцент	04.04.2025	04.04.2025

Дата видачі завдання 4 квітня 2025 року.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва розділу кваліфікаційної роботи	Строк виконання роботи	Підпис керівника
	Вступ	11.04.2025	
1	Динамічні процеси гнучких елементів приводів, вплив на їх стійкість.	02.05.2025	
2	Методика дослідження впливу імпульсних сил на нелінійні коливання елементів машин, що характеризуються сталою швидкістю поздовжнього руху.	21.05.2025	
3	Параметричні коливання гнучкого робочого елемента механічного привода	05.06.2025	
4	Вплив змінної сили натягу гнучкого робочого елемента механічного привода на амплітудно-частотну характеристику його коливань.	27.08.2025	
5	Техніко-економічне обґрунтування	25.09.2025	
	Загальні висновки і пропозиції.	07.10.2025	
	Список використаних джерел.	12.11.2025	
	Додатки.	27.11.2025	

Здобувач вищої освіти

Владислав ГАЛАК

Керівник кваліфікаційної роботи, професор,

Борис КОТОВ

ВСТУП

Актуальність теми. Практично завжди експлуатацію приводів з гнучкими робочими елементами супроводжують яскраво виражені коливні процеси. Вони зумовлені дією на привідну систему, а інколи і на сам гнучкий робочий елемент різних сил (періодичних, неперіодичних, імпульсних, випадкових), а також різного роду збурень в окремих точках (найчастіше у точках контакту гнучкого елемента до шківів). Останній вид збурень можна трактувати певним чином у вигляді крайових умов. У багатьох випадках, навіть малі за величиною, вказані сили здатні порушувати нормальне функціонування не тільки приводу, але і систем, вузлів чи механізмів загалом. Тому всебічний аналіз динамічних процесів у приводах з гнучкими елементами є необхідною умовою забезпечення надійності і ефективності експлуатації механізмів, що включають [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 14, 17, 22, 37, 44, 46].

Приводи з гнучкими робочими елементами можна моделювати як одновимірні нелінійно-пружні системи, які рухаються з постійною чи змінною швидкостями вздовж своєї недеформованої осі. Як зазначалось раніше, вони описуються диференціальними рівняннями другого порядку з частинними похідними, розв'язки яких не вдається знайти шляхом застосування відомих класичних методів інтегрування рівнянь з частинними похідними. В останні роки для аналітичного дослідження динаміки процесів у приводах з гнучким робочим елементом за малої швидкості руху останнього ефективно використовувались асимптотичні методи, що і буде використано під час дослідів в даній кваліфікаційній роботі.

Таким чином, дослідження коливних процесів гнучких елементів приводів і їх стійкості на основі розвитку аналітичних методів є актуальною задачею.

З огляду на вказане, важливість і актуальність розглянутої проблеми, основна увага у роботі зосереджена на отриманні розрахункових залежностей:

- а) для визначення впливу змінної швидкості руху гнучких елементів приводів на частоту їх власних коливань;
- б) для випадку змінної величини сили натягу гнучких елементів приводів.

Мета і задачі досліджень. Метою роботи є визначення впливу змінних швидкості поздовжнього руху гнучких елементів, сили їх натягу, фізико-механічних характеристик системи та різної природи сил (періодичних, імпульсних) на коливні процеси і їх стійкість у приводах з гнучкими робочими елементами.

Для досягнення поставленої мети були сформульовані і розв'язані такі основні задачі:

- а) побудувати математичні моделі, які описують динамічні процеси у приводах з гнучкими робочими елементами;
- б) дослідити резонансні явища у приводах з гнучкими робочими елементами;
- в) визначити вплив імпульсних сил (в тому числі і таких, які періодично повторюються) на АЧХ коливань;
- г) дослідити вплив змінної величини сили натягу гнучких елементів приводів, а саме розбалансування частот власних коливань і періодичної складової сили натягу на АЧХ коливань;
- д) отримати амплітудні співвідношення і побудувати області стійкості і нестійкості коливань.

Об'єкт дослідження - нелінійні коливні процеси гнучких робочих елементів приводів, що будуть досліджуватися нами під час виконання кваліфікаційної роботи.

Предмет дослідження - амплітудно-частотні характеристики коливань гнучких елементів приводів і її стійкість з врахуванням дії імпульсних сил та змінної величини сили натягу.

Методи дослідження. Для знаходження розв'язків диференціальних рівнянь, які є математичними моделями поперечних (поздовжніх) коливань гнучких елементів механічних приводів використано методи Бубнова-Гальоркіна і Ван-дер-Поля. Для побудови зон стійкості і нестійкості нелінійних коливань гнучких елементів використовувались варіаційні методи із подальшим застосуванням теорії Флоке. Частоти власних коливань гнучких елементів у випадку змінної швидкості

їх поздовжнього руху визначено шляхом використання методу *WBKJ* (*Wentzel, Brillown, Kramers, Jeffrey's*).

Відображення отриманих результатів у вигляді графічних залежностей, а також складні математичні розрахунки реалізовано за допомогою програми автоматизованих математичних розрахунків *MathCAD 11*. Експериментальні дослідження проводились за допомогою контрольно-вимірювальних приладів на устаткуванні для вистійки тіста. Вони полягали у визначенні амплітуди і частоти коливань пасу приводу вистійної шафи.

Наукова новизна одержаних результатів полягає у розробленні методики дослідження коливних процесів гнучких елементів приводів у випадку змінних швидкості руху та величини сили натягу гнучких елементів. Новими науковими результатами є:

- побудована математична модель динамічних процесів гнучких елементів приводів з врахуванням вказаних вище чинників;
- вперше, використовуючи основну ідею методу *WBKJ*, отримано залежність для знаходження частот власних коливань гнучких елементів у випадку змінної швидкості їх поздовжнього руху;
- поширено методи Ван-дер-Поля і Бубнова-Гальоркіна на нові класи нелінійних систем, а саме систем, що характеризуються поздовжнім рухом;
- вперше отримано у параметризованій формі аналітичні залежності, які визначають вплив кінематичних, фізико-механічних параметрів, періодичних і імпульсних сил, а також різного типу крайових умов на АЧХ коливань гнучких елементів приводів;
- вперше отримано співвідношення для побудови зон стійкості (нестійкості) нелінійних коливань.

Практичне значення одержаних результатів полягає у тому, що розроблена методика дослідження коливних процесів гнучких елементів приводів дає змогу дослідити:

- а) вплив імпульсних і періодичних сил;
- б) різного типу збурень крайових умов;

в) змінної величини сили натягу гнучких елементів приводів коливань.

Саме це суттєво підвищує точність аналізу вільних і вимушених коливань гнучких елементів приводів при дослідженні перехідних процесів, дає змогу прогнозувати небажані резонансні явища, а також їх стійкість.

Апробація роботи. Результат досліджень доповідались, обговорювалися і дістали схвалення на Всеукраїнській науково-практичній конференції студентів та молодих науковців “Перші наукові кроки - 2025”, яка проводиться на інженерно-технічному факультеті Закладу вищої освіти «Подільський державний університет» та на засіданні кафедри агроінженерії і системотехніки імені Михайла Самокиша.

Структура та обсяг кваліфікаційної роботи. Кваліфікаційна робота складається із вступу, п’яти розділів, висновків і пропозицій, списку використаних джерел із 43 найменування та 19 додатків. Основна частина викладена на 83 сторінках друкованого тексту.

РОЗДІЛ 1. ДИНАМІЧНІ ПРОЦЕСИ ГНУЧКИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИВОДІВ, ВПЛИВ ПАРАМЕТРІВ НА ЇХ СТІЙКІСТЬ

1.1. Динамічні процеси у приводах з гнучкими елементами

Нормальне функціонування приводів з гнучкими елементами (рис. 1.1 - рис. 1.5) може порушуватись різного роду збуреннями, які породжують небажані коливні процеси. Такі збурення можуть носити як періодичний характер, так і діяти в окремі моменти часу чи в окремих точках системи або можуть бути викликані взаємодією з приводом чи виконавчим органом. Якщо перші можна описати за допомогою періодичних чи розривних функцій, то останні можуть бути модельовані у вигляді збурень крайових умов. Навіть достатньо малої величини вказані вище сили можуть порушити нормальну експлуатацію приводів з гнучкими елементами, а отже і систем, в які вони входять. Це в свою чергу веде як до матеріальних так і до економічних втрат. Тому детальний аналіз динамічних процесів гнучких елементів приводів є дуже важливим для забезпечення їх надійності і безперебійної експлуатації.

На рисунку 1.1 представлена машина, яка формує об'ємну коробку для пакування хлібобулочних виробів. Тут пасова передача підтримується натяжним роликком. Коли ж гнучкий елемент розтягується в результаті його зношування, коливання, що виникають при цьому, передаються і на ролик. Це негативно позначається на експлуатації механізмів машини в цілому [14, 15, 16, 17, 18, 19, 23, 28, 34, 40, 41].

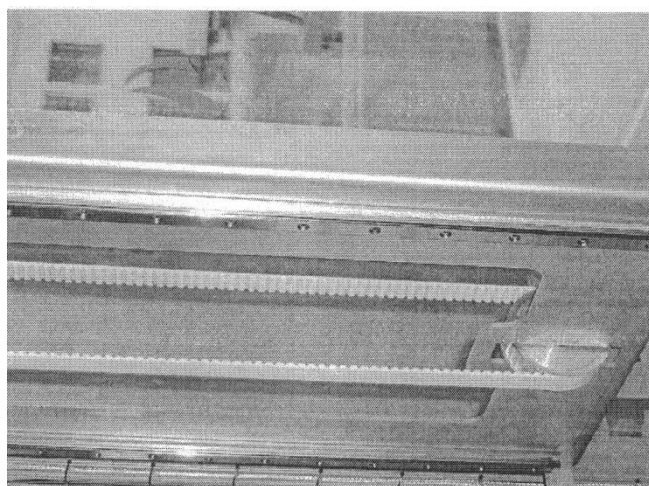
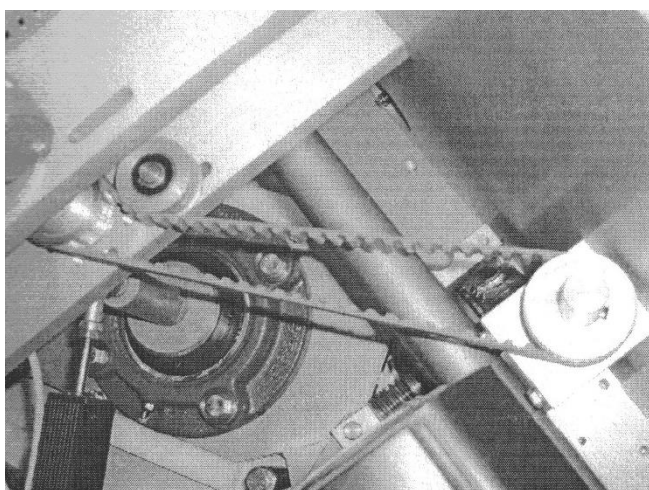


Рисунок 1.1 – Пакувальна машина

1.2. Особливості коливних процесів гнучких елементів приводів

Досі не існує чіткого визначення поняття коливань, проте можна стверджувати, що механічні коливання це процес почергового зростання і спадання в часі відхилення від деякого положення (найчастіше рівноважного) з одночасною зміною напрямку руху об'єкта. Коливання є одним з найпоширеніших явищ у природі, фізиці та техніці. Вони є причиною багатьох небажаних явищ (втомні руйнування машин, відмови приладів, землетруси), проте водночас виконують і корисну роль, будучи основою технологічних операцій (вібропереміщення вантажів) і цілих галузей техніки (радіотехніка) [14, 16, 18, 22, 25, 35].

Відомо, що в залежності від закону зміни відновлювальної сили та інших сил, які їх супроводжують, коливання поділяють на лінійні і нелінійні. Якщо перші описуються лінійними диференціальними рівняннями і достатньо вивчені, то теорія нелінійних коливань - ще до сьогодні не отримала завершеної форми.

У нелінійних системах можуть виникати специфічні коливання, які не мають місця в лінійних системах, зокрема, незгасаючі коливання, що збуджуються в системі під дією постійних сил (за термінологією Андронова А. А. - це автоколивання). Особливістю автоколивань є те, що їх частота не нав'язується зовнішньою періодичною силою, а визначається властивостями самої системи, тобто збігається із частотою власних коливань системи. Іншою характерною особливістю автоколивань є те, що їх амплітуда у широкому діапазоні параметрів не залежить від початкових умов. З фізичної точки зору автономні автоколивні системи можна охарактеризувати як системи, що здатні виконувати незгасаючі коливання за рахунок постійних джерел енергії, причому надходження енергії, яка йде на подолання опору, регулюється самою системою.

У природі і техніці майже всі коливні системи є нелійними. Проте, множину нелінійних систем через їх лінеаризацію зведено до лінійних. Побудований клас лінійних систем визначається відповідно вже лінійними диференціальними рівняннями. Дослідження лінеаризованих систем, хоча і дає змогу зробити корисні висновки про властивості коливань, але не дає повної характеристики реальних нелінійних коливних систем. Застосовуючи лінійний підхід, неможливо знайти, зокрема, амплітуду автоколивань і

амплітуду параметричних коливань, пояснити виникнення субгармонійних і супергармонійних коливань тощо. А деякі системи взагалі неможна лінеаризувати (системи з істотною нелінійністю). Звідси випливає необхідність вивчення та розвитку теорії нелінійних коливань.

На початку ХХ ст., розвиток машино- і приладобудування, особливо зародження радіотехніки зумовили надзвичайну актуальність дослідження нелінійних коливань, тобто коливань, що описуються нелінійними диференціальними рівняннями. Основні методи розв'язання задач теорії нелінійних коливань створювались і розвивались як спеціальний розділ механіки, який М. Н. Крилов і М. М. Боголюбов назвали нелінійною механікою.

Зауважимо, що навіть малі нелінійності в коливних системах можуть зумовити не лише кількісну, а й якісну відмінність їх властивостей від лінійної системи. Приклади нелінійних коливань системи з'явилися ще наприкінці ХVІІІ ст., проте перші математичні методи в теорії нелінійних коливань з'явилися лише наприкінці ХІХ ст. Основоположниками теорії нелінійних коливань є А. Ляпунов і А. Пуанкаре. їхні методи у загальній формі застосовані для дослідження періодичних розв'язувань диференціальних рівнянь. Величезна роль у створенні нових методів у нелінійній механіці належить Н. М. Крилову, М. М. Боголюбову, А. А. Андронову, Ю. А. Митропольському, В. О. Кононенку. Велике значення для формування теорії коливань мали основоположні роботи Ван-дер-Поля по коливаннях в деяких нелінійних системах.

Дослідження поведінки нелінійних систем представляє собою більш глибоке вивчення коливних процесів, ніж це робиться при вивченні лінійних систем. Це випливає з того, що в лінійній теорії коливань при складанні диференціальних рівнянь вводиться цілий ряд припущень, умов, на основі яких відбувається лінеаризація рівнянь. Це безперечно допомагає отримати розв'язок задачі, так як теорія лінійних диференціальних рівнянь добре розроблена, але водночас лінеаризація рівнянь приводить до того, що цілий ряд явищ, специфічних для нелінійних систем, не розглядаються, так як в межах лінійної теорії вони не можуть бути пояснені.

розробив спеціальний метод використання послідовних наближень. Розрахункові схеми вказаного методу складні, тому широкого застосування при розгляді практичних задач не отримали.

Крилов Н. М. і Боголюбов М. М. запропонували новий підхід до вивчення нелінійних коливань систем з одним ступенем вільності, який отримав назву асимптотичного методу нелінійної механіки. У подальшому він був розвинений і застосований для багатьох задач теорії нелінійних коливань і носить назву асимптотичного методу. Він є одним з основних аналітичних методів дослідження нелінійних коливань систем з малим збуренням. Для механічних систем, динамічні процеси яких відбуваються за наявності пружно-відновлювальної сили і малої зовнішньої збурюючої сили, яка залежить від узагальнених координат, швидкостей і фази періодичного збурення, цей метод є особливо ефективним. Розроблений на початковому етапі для дослідження коливань процесів систем з одним ступенем вільності, метод, був поширений на випадок механічних систем з багатьма ступенями вільності і на випадок систем з розподіленими параметрами.

Асимптотичний метод узагальнено на випадок неавтономних систем, а також систем із багатьма ступенями вільності. Тут отримано найбільш цілісну і завершену картину дослідження нелінійних коливань систем з малим параметром. Асимптотичний метод також розвинуто і на випадок складніших систем.

Метод розв'язування нелінійних диференціальних рівнянь, основою якого є процес послідовних ітерацій, називається методом ітерацій. Ітерації можуть виконуватись різними способами, проте загальним для них є наступне: спочатку розв'язується рівняння, в якому нехтують деякими членами, потім отриманий розв'язок підставляється в доданки, якими раніше знехтували і визначається другий, більш точний розв'язок. Графоаналітичний варіант метода ітерацій з оцінкою умов збіжності ітераційного процесу поданий П. А. Іонкіним. В побудований складний ітераційний метод для знаходження частот власних коливань пасів з врахуванням їх згинної жорсткості.

Для знаходження періодичних розв'язків нелінійних диференціальних рівнянь широко використовується принцип гармонійного балансу. Обґрунтований

достатньо наочним і простим. У узагальнено метод Ван-дер-Поля для одного випадку істотно нелінійних систем. Таке узагальнення дає хороші результати при дослідженні нелінійних консервативних систем незалежно від величини малого параметра, якщо пружна сила монотонно зростає. При цьому не суттєво чи характеристика пружної сили є симетричною відносно початку координат чи не симетричною. Вказаний метод дає можливість визначити період коливань для багатьох випадків неконсервативних систем. Він також дозволяє оцінити наскільки нелінійна система близька до лінійної.

Методи усереднення і Фур'є для систем з розподіленими параметрами у випадку їх поздовжніх коливань розвинуті де основним питанням є дослідження впливу способу закріплення і початкового стану системи на динамічний процес.

Специфікою дослідження багатьох класів диференціальних рівнянь з частинними похідними, які є математичною моделлю коливних процесів систем з розподіленими параметрами, є неможливість застосування методів відокремлення змінних для незбурених їх аналогів (лінійні моделі). Таким чином область застосування вказаних методів суттєво звужується. Де стосується, зокрема, дослідження коливних процесів однорідних нелінійно-пружних систем з розподіленими параметрами, які характеризуються постійною складовою швидкості руху.

Крило в М. Н. (розкладом за фундаментальними функціями), а слідом за ним і Тимошенко С. П. (методом узагальнених координат) отримали розв'язок задачі про динамічну дію сили на пружну балку, яка рухається зі сталою швидкістю вздовж своєї осі. Такого роду задачі і в подальшому досліджували багато вчених, використовуючи при цьому різні методи, проте вони не втратили актуальності і досі.

У шляхом застосування метода Д'Аламбера та метода характеристик досліджено динамічні процеси струни, яка збурена гармонічною силою, прикладеною на одному з її кінців.

В праці методом варіацій розв'язано задачу про коливання струни, яка рухається вздовж своєї осі і показано, що вона ідентична з задачею про коливання гнучкої труби, по якій протікає ідеальна нестислива рідина.

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

1.3. Стійкість нелінійних коливань

Питання стійкості стосуються поведінки системи, яка знаходиться поблизу стану рівноваги чи усталеного процесу, при дії на неї деякого збурення.

Вперше проблеми стійкості виникли в механіці при вивченні рівноважних станів системи. Відомо, що деякі стани рівноваги системи стійкі при дії на них деякого збурення, в той час як інші нестійкі. В загальному випадку не завжди легко визначити за яких умов стан рівноваги системи буде стійким. Загалом, будь-яке збурення поблизу нестійкого стану призводить до значного віддалення системи від цього стану. Протилежний випадок має місце поблизу стійкого стану. Стан рівноваги може бути або стаціонарним, або коливним.

В середині XIX століття виникла необхідність постановки загальної задачі про стійкість не тільки стану рівноваги системи, але й руху. Вже наприкінці століття з'явилися монографії Є. Рауса і докторська дисертація Н. Е. Жуковського, в яких автори, використовуючи різні методи, розглянули ряд загальних питань стійкості руху. Деякі їхні результати і методи не втратили свого значення і в XX столітті.

Основний недолік робіт того часу в тому, що при аналізі рівнянь збуреного руху автори використовували лінеаризовані рівняння і не розглядали вплив членів вищого порядку.

Велика заслуга в розвитку теорії стійкості належить А. М. Ляпунову. Йому належить багато ідей і результатів першочергового значення, що всю історію теорії стійкості руху небезпідставно поділяють на два періоди: до- і після-ляпуновський. Перш за все А. М. Ляпунов дав чітке визначення стійкості руху. Відсутність такого визначення часто приводило до непорозуміння, оскільки рух стійкий в одному розумінні може виявитись нестійким в іншому розумінні цих слів, і навпаки. А. М. Ляпунову належить постановка задачі про стійкість руху за рівняннями першого наближення для випадку, коли про стійкість можна судити за лінеаризованими рівняннями. Особливо детально ним були вивчені періодичні рухи. Він запропонував два основних методи дослідження стійкості руху, один з яких, так званий прямий метод, отримав найбільше поширення через свою простоту і ефективність.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + (a + 16q\cos 2t)x = 0, \quad (1.2)$$

(a, q - дійсні) є частковим випадком лінійного рівняння другого порядку з періодичними коефіцієнтами, то для дослідження стійкості його розв'язків використана теорія Флоке.

Відповідно до неї загальний розв'язок рівняння (1.1) записується у вигляді

$$x = c_1 e^{\mu t} \varphi(t) + c_2 e^{-\mu t} \varphi(-t), \quad (1.3)$$

де c_1, c_2 - довільні сталі.

Досліджуючи стійкість розв'язку рівняння (1.1) Матьє, розрізняють три випадки:

- розв'язок вважається нестійким, якщо він безмежно зростає при $t \rightarrow \infty$;
- розв'язок є стійким, якщо він залишається обмеженим при $t \rightarrow \infty$;
- розв'язок, який має період π або 2π , називається нейтральним: його можна розглядати як частковий випадок стійкого розв'язку.

Оскільки $\varphi(t)$ і $\varphi(-t)$ в (1.2) є періодичні по t , то стійкість залежить від $e^{\mu t}$ або від μ . Отож, розглядаючи розв'язок рівняння Матьє у вигляді (1.2), можна вважати, що характеристичний показник μ приймає дійсне або умовне значення. Із зазначеного випливає - розв'язок (1.3) нестійкий, якщо μ дійсне і $\mu > 0$; стійкий, якщо μ умовне.

Слід зауважити, що теорія стійкості руху повністю не завершена, вона продовжує розвиватись і досі.

1.4. Параметричні коливання та їх стійкість

Внаслідок зміни у часі параметрів коливної системи за певних умов виникають параметричні коливання.

Відомо, що параметричні коливання спричинені початковим збуренням і підтримуються параметричним збуренням (незалежно від стану системи зміна у часі її параметрів: коефіцієнтів жорсткості, інерції або демпфування). Також відомо, що теорія параметричних коливань є розділом теорії

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

[Faint, illegible text covering the majority of the page, possibly bleed-through from the reverse side.]

теорії Бернуллі- Ейлера. Вплив поперечної сили і моменту інерції поперечного перерізу на параметричні коливання стержнів дослідив А. П. Черкасов [15, 19, 23].

Комбінаційні коливання стержнів, параметрично збурених двома різними гармоніками, вивчав С. А. Панкратов; параметричні коливання стержня, навантаженого пульсуючим крутним моментом досліджували багато вчених. Метод кінцевих елементів для знаходження параметричних коливань використаний в роботі Брауна, Хатга і Салама. Результати розрахунків параметричних коливань стержнів за допомогою цифрових і аналогових обчислювальних машин приведені, зокрема, в публікаціях Муді, Берні і Ягер.

В динаміці механізмів часто мають справу з параметричними коливаннями. Наприклад, Вейденхаммер, Бьом і Дудітца досліджували карданну передачу (карданний вал) на параметричні коливання при обертальному русі. Хольцвейссіг, Дрезіг і Терш теоретично і експериментально вивчали параметричні резонанси, які виникають в нерівномірно перемікаючих приводах. Параметричним коливанням в системах приводів присвячені роботи Хоубена, Заградки і Люпферта. Остання робота побудована на загальних нелінійних диференціальних рівняннях руху зі змінними параметрами і виконана із врахуванням багатократного параметричного резонансу. Стійкість коливань кулісних механізмів досліджував Пазін.

В зубчастих передачах через пружність зубів виникають параметричні коливання при обертальному русі. Систематичне дослідження багатоступінчастих редукторів міститься в лінійному підході в дисертації

Молеруса. Для нелінійних обертальних коливань двох зубчастих коліс Хортел вивів систему трьох диференціальних рівнянь, де поряд із загальним лінійним параметричним збуренням, демпфуванням і змушувальною силою врахував і члени, які відповідають нелінійному параметричному збуренню. Він використав метод інтегродиференціальних рівнянь.

Висновки до першого розділу

Огляд основних публікацій, який стосується коливних процесів рухомих систем показав, що такі системи вивчені недостатньо. Розв'язування задач про коливання вказаних систем, навіть у квазілінійній постановці, пов'язане зі значними математичними труднощами інтегрування нелінійних диференціальних рівнянь з частинними похідними. Через відсутність загальних підходів до дослідження динамічних процесів систем, які характеризуються постійною складовою швидкості руху, ці процеси розглянуто лише для окремих випадків. Проте, наявність у цих дослідженнях надмірних штучних обмежень значною мірою звужує область їх застосування.

Слід зауважити, що натяг у гнучкому елементі приводів не є сталою величиною, а змінюється з часом. Дослідження динамічних процесів гнучких елементів приводів у такому випадку раніше не проводились навіть для лінійних аналогів таких систем, хоча змінний натяг суттєво впливає на амплітудно-частотні характеристики коливань динамічних систем.

Тому розроблення аналітичних методів дослідження комплексного впливу а) періодичного імпульсного збурення; б) змінної величини сили натягу гнучких елементів приводів; в) швидкості поздовжнього руху; г) різного роду збурень в точках дотику гнучкого елемента до шківів на коливні процеси гнучких елементів приводів і їх стійкість є актуальною задачею. Результати таких досліджень матимуть важливе як теоретичне, так і прикладне значення.

РОЗДІЛ 2.МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ІМПУЛЬСНИХ СИЛ НА НЕЛІНІЙНІ КОЛИВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ МАШИН, ЯКІ ХАРАКТЕРИЗУЮТЬСЯ СТАЛОЮ ШВИДКІСТЮ ПОЗДОВЖНЬОГО РУХУ

2.1. Диференціальне рівняння коливань приводу, що рухається зі сталюю поздовжньою швидкістю

Для дослідження динамічних процесів гнучких елементів приводів отримаємо диференціальне рівняння їх нелінійних коливань. Вважатимемо, що:

- поперечний переріз гнучкого елемента приводу є незмінним;
- маса рівномірно розподілена вздовж своєї довжини;
- сила ваги елементарного об'єму гнучкого елемента є малою порівняно з іншими силами і нею нехтуємо.

2.1.1. Диференціальне рівняння поперечних коливань гнучкого елемента приводу.

Гнучкий робочий елемент механічного приводу можна розглядати як одновимірне тіло. Тому для виведення диференціального рівняння поперечних коливань в загальному випадку розглянемо його модель, яка подана на рисунку 2.1.

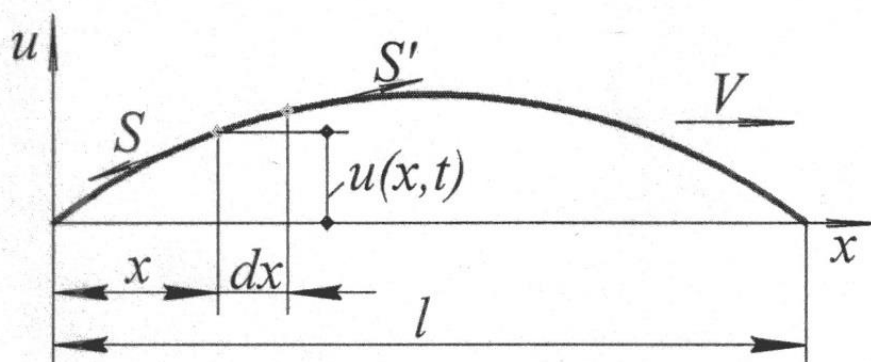


Рисунок 2.1 - Модель поперечних коливань гнучкого елемента приводу

Вважатимемо, що натяг, який виникає в процесі коливань, відповідає закону Гука. Знайдемо відносне видовження елемента однорідного тіла ($x, x + \Delta x$) в момент часу t . Координати кінців цього елемента в момент часу t будуть

$$x + u(x, t), \quad x + \Delta x + u(x + \Delta x, t), \quad (2.1)$$

то, рівняння (2.6) запишеться у вигляді

$$\frac{d^2u}{dt^2} + 2V \frac{d^2u}{dxdt} - (a^2 - V^2) \frac{d^2u}{dx^2} = f(x, t) \quad (2.8)$$

Таке диференціальне рівняння і є математичною моделлю поперечних коливань гнучкого елемента привода, який рухається зі сталою за модулем швидкістю.

Слід зазначити, що $f(x, t)$ може бути як неперервною так і розривною функцією (сили діють в окремих точках або в окремі моменти часу).

2.1.2. Диференціальне рівняння поздовжніх коливань гнучкого елемента привода

Нехай за модель гнучкого елемента привода розглянемо однорідний стержень довжиною l (рис. 2.2), тобто тіло циліндричної форми, для розтягування або згинання якого треба прикласти зусилля. Ця умова відрізняє навіть дуже тонкий стержень від струни, яка, як відомо, гнеться вільно

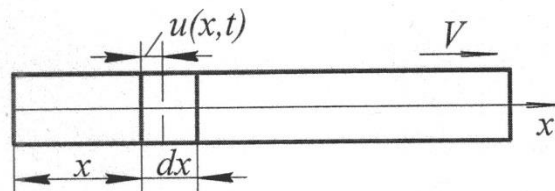


Рисунок 2.2 - Модель поздовжніх коливань гнучкого елемента привода

Якщо стержень дещо розтягнути або стиснути вздовж поздовжньої осі, а потім відпустити, то в ньому виникають поздовжні коливання. Вважатимемо, що в стані спокою кінці стержня знаходяться в точках $x = 0$ і $x = l$. Нехай x — абсциса деякого перерізу стержня, коли він знаходиться в стані спокою. Позначимо через $u(x, t)$ переміщення цього перерізу в момент часу t тоді переміщення перерізу стержня з абсцисою $x + dx$

$$u + \frac{du}{dx} dx \quad (2.9)$$

де $\frac{du(x, t)}{dx}$ - відносна видовження перерізу стержня з абсцисою x .

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

.....

.....

I

)

i

l

)

)

)

I

...
...
...
...
...

стрибкоподібній зміні $a_{k.покр}$ і $\psi_{k.покр}$ в момент дії імпульсних сил. Величини стрибків малі, так як інтенсивність імпульсних сил мала.

2.2.2. Резонансний випадок

Набагато важливішим є випадок, коли частота власних коливань гнучкого елемента (незбурений рух) пов'язана із частотою імпульсного збурення співвідношенням $\frac{k\pi}{l} \sqrt{\frac{S}{p} - V^2} \neq \frac{q}{r} v$ (r, q - взаємно прості числа); тут $v = \frac{2\pi}{\tau}$.

Зазначене дає підстави диференціальне рівняння (2.24) коливань гнучкого робочого елемента за дії імпульсних сил записати у вигляді

$$\frac{d^2 T_k}{dt^2} + \left(\frac{q}{r} v\right)^2 T_k = \varepsilon \left(\overline{F}_k \left(T_k, \frac{dT_k}{dt}, vt \right) - \Delta T_k + \sum_{j=1}^n \overline{F}_{jk} \left(T_k, \frac{dT_k}{dt}, vt \right) \cdot \sum_{i=1}^m \delta(t - (t_i + j\tau)) \right), \quad (2.33)$$

$$\left(\frac{k\pi}{l}\right)^2 \left(\frac{S}{p} - V^2\right) = \left(\frac{q}{r} v\right)^2 + \varepsilon \Delta, \quad (2.34)$$

де $\varepsilon \Delta$ - розбалансування частот.

Таким чином, досліджуються нелінійні коливання гнучкого робочого елемента механічного привода під дією імпульсного збурення, частота якого близька до однієї із власних частот частотного спектру гнучкого елемента привода (так званий резонансний випадок).

Як і в попередньому випадку, для дослідження диференціального рівняння (2.31) використаємо метод Ван-дер-Поля. Нехай $T_k(t) = a_k \cos \psi_k$, $\frac{dT_k(t)}{dt} = -a_k \frac{q}{r} v \sin \psi_k$, $\psi_k = \frac{q}{r} vt + Q_k$, тоді досліджуване рівняння зведеться до системи звичайних диференціальних рівнянь відносно змінних $a_k(t)$ і $Q_k(t)$:

$$\begin{aligned} \frac{da_k}{dt} &= -\sin \psi_k \frac{r\varepsilon}{qv} \left(\overline{F}_k \left(a_k \cos \psi_k, -av \frac{q}{r} \sin \psi_k \right) - \Delta a \frac{q}{r} v \cos \psi_k + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i=1}^n \overline{F}_{ik} \left(a_k \cos \psi_k, -av \frac{q}{r} \sin \psi_k \right) \sum_{j=1}^m \delta(t - (t_i - j\tau)) \right), \\ \frac{dQ_k}{dt} &= -\cos \psi_k \frac{r\varepsilon}{qv} \left(\overline{F}_k \left(a_k \cos \psi_k, -av \frac{q}{r} \sin \psi_k \right) - \Delta a \frac{q}{r} v \cos \psi_k + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i=1}^n \overline{F}_{ik} \left(a_k \cos \psi_k, -av \frac{q}{r} \sin \psi_k \right) \sum_{j=1}^m \delta(t - (t_i - j\tau)) \right). \end{aligned} \quad (2.35)$$

Беручи до уваги припущення, що $F\left(u, \frac{du}{dx}, \frac{du}{dt}\right)$ і $F_i\left(u, \frac{du}{dx}, \frac{du}{dt}\right)$ - многочлени, функції $\overline{F}_k(a_k \cos \psi_k, -a_k \omega_k \sin \psi_k)$ і $\overline{F}_{ik}(a_k \cos \psi_k - a_k \omega_k \sin \psi_k)$ знову ж таки представляємо у вигляді сум Фур'є (2.26).

Використовуючи вище зазначені властивості δ -функції Дірака (2.27), (2.28), системі диференціальних рівнянь (2.23) після усереднення можна надати вигляду

$$\frac{da_k}{dt} = -\frac{\varepsilon r}{2\pi q} \sum_{i=1}^n \left(F_{ik0}^S(a) \sum_n \left(F_{ikn}^{SC}(a) \cos n(rQ_k + qvt_i) + F_{ikn}^{SS}(a) \sin n(rQ_k + qvt_i) \right) + F_{k0}^S(f) \right),$$

$$\frac{dQ_k}{dt} = \frac{\varepsilon \Delta r}{2qv} - \frac{\varepsilon r}{aqv} \left(\frac{v}{2\pi} \sum_{i=1}^n \left(F_{ik0}^C(a) \sum_n \left(F_{ikn}^{SC}(a) \cos n(rQ_k + qvt_i) + F_{ikn}^{CC}(a) \sin n(rQ_k + qvt_i) \right) + F_{k0}^C(f) \right) \right),$$

В резонансному випадку, на відміну від нерезонансного, в усереднених рівняннях з'явилися додаткові члени. Проте, аналогічно нерезонансному випадку, величини $a_{k.покp}$ і $\psi_{k.покp}$ в момент дії імпульсних сил змінюються стрибкоподібно.

2.2.3. Дослідження коливних процесів гнучких елементів приводів для деяких випадків дії імпульсних сил

Розглянемо поперечні коливання гнучкого робочого елемента привода за умови, що малі сили тертя й опору пропорційні швидкості руху гнучкого елемента привода, а імпульсні сили пропорційні величині $(\lambda u + u^3)$, а отже - відхиленню від рівноважного положення.

Диференціальне рівняння поперечних коливань гнучкого елемента в такому разі матиме вигляд

$$\frac{d^2u}{dt^2} + 2V \frac{d^2u}{dxdt} - \left(\frac{s}{p} - V^2 \right) \frac{d^2u}{dx^2} = \varepsilon \left((\lambda u + u^3) \cdot \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \delta(t - (t_i + j\tau)) - \beta \frac{du}{dt} \right). \quad (2.36)$$

Відповідно до методу Бубнова-Гальоркіна розв'язок рівняння (2.36) представимо у вигляді (2.34). Після нескладних перетворень диференціальні рівняння (2.36) вдалось звести до звичайних диференціальних рівнянь вигляду

$$\frac{d^2T_k(t)}{dt^2} + \left(\frac{k\pi}{l} \right)^2 - \left(\frac{s}{p} - V^2 \right) T_k(t) = \varepsilon \left((\lambda T + uT^3) \cdot \sum_{i=1}^2 \sum_j^m \delta(t - (t_i + j\tau)) - \beta \frac{du}{dt} \right), \quad (2.37)$$

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12

500Н резонансне значення амплітуди його коливань зменшується на 10%, в той час як частота імпульсного збурення, за якої має місце резонанс, навпаки збільшується на 45%;

в) зміна маси одиниці довжини гнучкого елемента незначним чином впливає на резонансне значення амплітуди його коливань, так наприклад, із збільшенням його погонної маси на 50% резонансна амплітуда зростає лише на 2%;

г) зміна довжини гнучкого елемента впливає на резонансне значення амплітуди його коливань подібним чином як і маса одиниці довжини. Що стосується частоти імпульсного збурення, за якої має місце резонанс, то збільшення довжини гнучкого елемента привода на 5% веде до її зменшення на 4.5%.

2.2.4. Дробовий резонанс

Нехай між частотою власних коливань гнучкого елемента і частотою імпульсного збурення існує зв'язок у вигляді

$$\omega \approx (2q_1 - 1) \frac{v}{4}. \quad (2.43)$$

Тоді для будь-якого значення q_1 ($q_1 = 1, 2, \dots$) перше наближення для розв'язку рівняння (2.40) матиме вигляд

$$T(t) = a(t) \cos \left((2q_1 - 1) \frac{v}{4} t + Q(t) \right), \quad (2.44)$$

де функції $a(t)$ і $Q(t)$ визначаються із системи диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= -\varepsilon \left(\frac{\beta a}{2} - \frac{ya^3}{4\pi(2q_1-1)} (\sin 4Q - (-1)^q \sin 4Q) \right), \\ \frac{dQ}{dt} &= \frac{\omega^2 - \left(\frac{qv}{2}\right)^2}{\omega} - \\ &+ \varepsilon \left(\frac{4\lambda + 3ya^2}{2\pi(2q_1-1)} + \frac{2\left(\omega^2(2q_1-1)^2\left(\frac{v}{4}\right)^2\right)}{v(2q_1-1)} \frac{ya^2}{4\pi(2q_1-1)} (\cos 4Q + (-1)^q) - \frac{ya^2}{8\pi q} (1 + (-1)^q \sin 4Q) \right). \end{aligned} \quad (2.45)$$

На рисунку 2.8 представлені графічні залежності резонансної амплітуди коливань гнучкого елемента привода від частоти імпульсного збурення у випадку дробового резонансу $\omega \approx \frac{3}{4}v$.

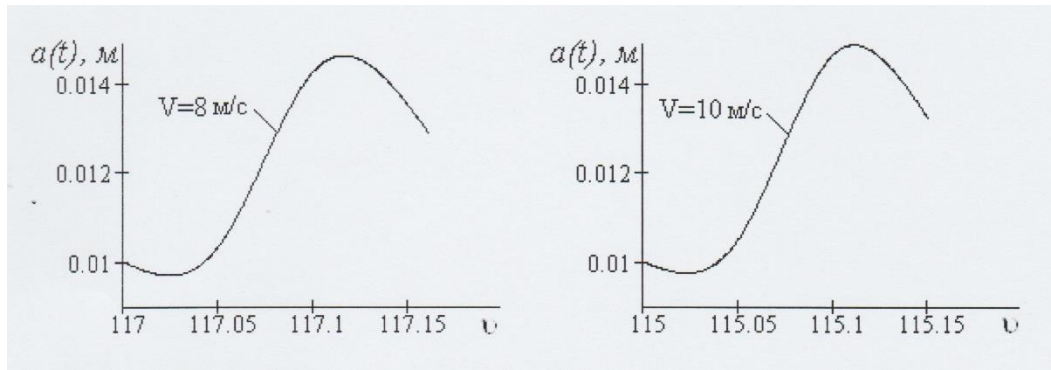


Рисунок 2.8 - АЧХ коливань гнучкого елемента, що відповідає диференціальним рівнянням (2.41)

Графічні залежності показують, що при більшому значенні швидкості поздовжнього руху гнучкого елемента привода резонансне значення амплітуди його коливань є більшим, а частота імпульсного збурення, за якої має місце резонанс - меншою. Зростання швидкості поздовжнього руху від $V = 8$ м/с до $V = 10$ м/с веде до збільшення амплітуди його коливань лише на 2%, частота імпульсного збурення в такому випадку зменшується лише на 1.7%.

Таким чином, проведені дослідження показують:

- за швидкості поздовжнього руху гнучкого робочого елемента привода

$V \approx \sqrt{\frac{s}{p}}$ відбувається зрив коливань у лінійній розрахунковій моделі;

- стала поздовжня швидкість руху гнучкого робочого елемента привода сприяє зменшенню власної частоти його коливань;

- зростання швидкості поздовжнього руху гнучкого робочого елемента привода загалом веде до збільшення резонансного значення амплітуди його коливань;

- наявність імпульсних сил призводить до зміни резонансної амплітуди і фази в момент їх дії;

- нелінійні сили спричиняють зміну в часі як амплітуди, так і частоти коливань гнучкого елемента, зокрема, нелінійна відновлювальна сила впливає лише на зміну частоти коливань, а нелінійне тертя - на зміну амплітуди;

- вплив сили натягу гнучкого елемента є суттєвим, зокрема, збільшення його натягу зменшує величину резонансної амплітуди.

Висновки до другого розділу

Розроблена у розділі методика дослідження коливних процесів гнучких елементів приводів дає можливість:

- дослідити вплив імпульсних сил, які змінюються за певним законом на АЧХ коливань гнучких елементів приводів, в тому числі проаналізувати резонансні явища у випадку їх періодичної зміни;

- проаналізувати вплив швидкості поздовжнього руху, сили натягу гнучкого елемента привода у випадку дії імпульсних сил на динаміку процесу.

Отримані аналітичні співвідношення дозволяють

- побудувати графічні залежності для визначення областей стійких (нестійких) значень амплітуд коливань гнучких елементів;

- дослідити вплив зміни параметрів системи на зміну областей стійких значень амплітуд;

- дослідити вплив різного роду збурень крайових умов на коливні процеси гнучких елементів приводів;

- прогнозувати небезпечні (нестійкі) явища, які порушують нормальне функціонування приводів з гнучкими елементами та запобігати їм ще на стадії їх проектування.

РОЗДІЛ 3. ПАРАМЕТРИЧНІ КОЛИВАННЯ ГНУЧКОГО РОБОЧОГО ЕЛЕМЕНТА МЕХАНІЧНОГО ПРИВОДА

3.1. Змінний натяг гнучкого елемента привода та його вплив на амплітудно-частотну характеристику коливань

Математичною моделлю поперечних коливань гнучкого робочого елемента механічного привода у змінних Ейлера є диференціальне рівняння

$$\frac{d^2 u(x,t)}{dt^2} + 2V \frac{d^2 u(x,t)}{dxdt} - \left(\frac{S}{p} - V^2 \right) \frac{d^2 u(x,t)}{dx^2} = 0. \quad (3.1)$$

До диференціального рівняння (3.1) долучімо крайові умови (2.22), що відповідають умовам відсутності поперечних переміщень гнучкого елемента привода у деяких фіксованих точках $x = 0$, $x = l$.

Для дослідження розв'язків цього рівняння використаємо загальні ідеї методу Бубнова-Гальоркіна. В такому разі розв'язок крайової задачі (3.1), (2.22) представляємо у вигляді (2.23). Оскільки система функцій $\{X_k(x)\} = \left\{ \sin \frac{k\pi}{l} x \right\}$ справджує крайові умови, які випливають із (2.22) ($X_k(0) = X_k(l) = 0$), то із (3.1) після нескладних перетворень для знаходження невідомих функцій $T_k(t)$ отримуємо звичайні диференціальні рівняння

$$\frac{d^2 T_k(t)}{dt^2} + \left(\frac{k\pi}{l} \right)^2 - \left(\frac{S}{p} - V^2 \right) T_k(t) = 0 \quad (3.2)$$

Значний теоретичний і практичний інтерес становить випадок, коли сила натягу гнучкого елемента привода змінюється відповідно до закону

$$S(t) = S_0 + \sum_{k=1}^n (S_k \sin Q_k t + S_k \cos Q_k t), \quad (3.3)$$

що еквівалентно вигляду

$$S(t) = S_0 + \sum_{k=1}^n S_k \sin \psi_k, \quad (3.4)$$

де S_0 - стала складова сили натягу гнучкого елемента, S_k - амплітуда змінної, гармонійної складової сили натягу, $\psi_k = v_k + \varphi_k$ ($k = 1, 2, \dots, n$), v_1, v_2, \dots, v_n - частоти змушуючої сили. Таке представлення натягу охоплює багато практичних

5
1

1

2

8

1
1
6

1
1

5
1
1
1

1

диференціальними рівняннями з періодичними коефіцієнтами, і більшість результатів для них отримано у випадку наявності малого параметра.

При подальшому дослідженні диференціального рівняння (3.8), для зручності подальших викладок перепишемо його у вигляді

$$\frac{d^2 T_k}{dt^2} + \omega^2 T = -\varepsilon \left(\sum_{k=1}^n \lambda_k \sin \psi_k \right) T. \quad (3.9)$$

Розглянемо праву частину рівняння (3.9) як збурюючу силу. Якщо врахувати середній вплив цієї зовнішньої сили за великий проміжок часу, то в першому наближенні рівняння (3.9) є лише резонанси виду $2\omega \approx \nu_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$), а в другому наближенні ще й резонанси

$$\begin{aligned} \text{а) } 2\omega &\approx (\nu_j + \nu_i), \\ &\quad \vdots \\ \text{б) } 2\omega &\approx (\nu_j - \nu_i), \quad i, j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (3.10)$$

При цьому, у випадку резонансів $2\omega \approx (\nu_j + \nu_i)$, розглядаються такі значення j і i , для яких $\nu_j - \nu_i > 0$.

3.1.1. Нерезонансний випадок

Відповідно до асимптотичних методів, ε -те наближення для розв'язку рівняння (3.4) шукаємо у вигляді

$$T = a \cos \psi + \varepsilon U_1(a, \psi, t) + \varepsilon^2 U_2(a, \psi, t) + \dots + \varepsilon^{q-1} U_{q-1}(a, \psi, t), \quad (3.11)$$

де функції $U(a, \psi, t)$ ($j = 1, 2, \dots, q - 1$) визначимо нижче, а величини a і ψ знаходяться з рівнянь q -того наближення

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \varepsilon A_1(a) + \varepsilon^2 A_2(a) + \dots + \varepsilon^q A_q(a), \\ &\quad \vdots \\ \frac{d\psi}{dt} &= \omega + \varepsilon B_1(a) + \varepsilon^2 B_2(a) + \dots + \varepsilon^q B_q(a) \end{aligned} \quad (3.12)$$

Оскільки йдеться про нерезонансний випадок, то праві частини системи рівнянь (3.12) не залежать від ψ .

,
i
)
)
,
)
)
[
)
c
)
)

;

)

))

,

)

,

;

)

)

)

$$\frac{da}{dt} = 0, \quad (3.25)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega - \sum_{i=1}^n \frac{h_i^2 \omega^3}{4(4\omega^2 - v_i^2)}.$$

Система рівнянь (3.16) описує ізохронний коливний процес з частотою Ω , який зображений на рис. 3.1 - рис. 3.4.

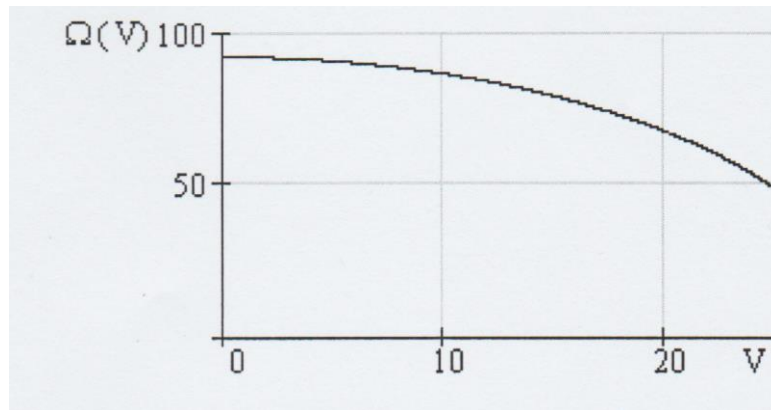


Рисунок 3.1 - Залежність частоти коливного процесу від поздовжньої швидкості руху гнучкого елемента привода

Подана графічна залежність показує, що при зміні швидкості поздовжнього руху гнучкого елемента змінюється частота коливного процесу, зокрема із збільшенням швидкості - вона зменшується.

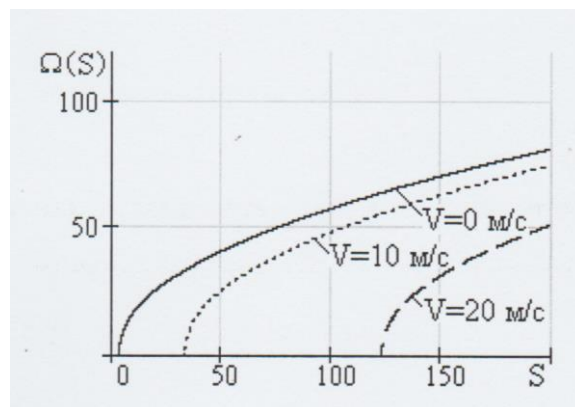


Рисунок 3.2 - Залежність частоти коливного процесу від початкового натягу гнучкого елемента привода за різних значень швидкості його поздовжнього руху

Із рисунка 3.2 випливає: а) із зростанням сталої складової сили натягу гнучкого елемента частота коливного процесу збільшується; б) при більшій поздовжній швидкості руху гнучкого елемента частота коливного процесу є меншою: так, наприклад, при збільшенні швидкості від 10 м/с до 20 м/с і

при $S = 150\text{H}$ частота зменшується на 52%. Слід зазначити, що при $S = 200\text{H}$ частота процесу при $U = 20\text{ м/с}$ буде менша лише на 33%.

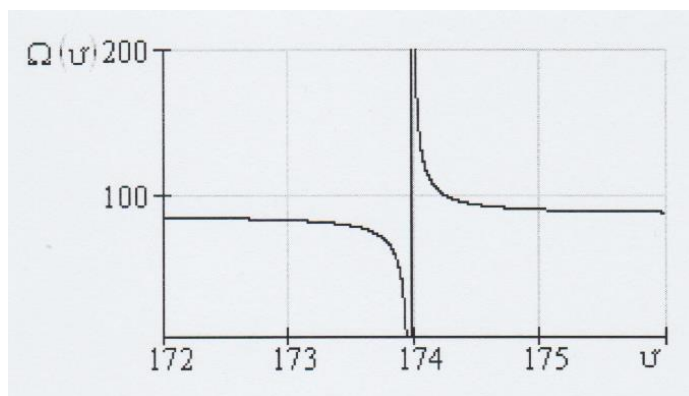


Рисунок 3.3 - Залежність частоти коливного процесу від частоти зміни сили натягу гнучкого елемента привода

При частоті зміни натягу $\nu \approx 174$ є розрив в момент резонансу.

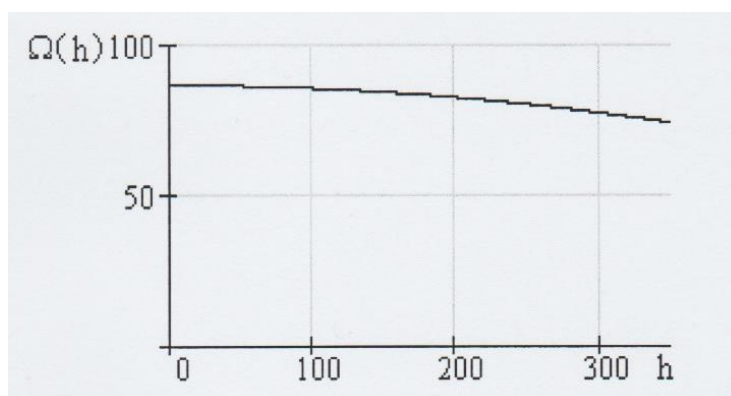


Рисунок 3.4 - Залежність частоти коливного процесу від параметра h

Із рисунка 3.4 випливає, що при зміні параметра h , частота коливного процесу повільно змінюється.

Як видно із співвідношень (3.13), (3.16) для нерезонансного випадку вплив зовнішнього збурення проявляється лише в другому наближенні.

3.1.2. Резонансні явища

Як зазначалось раніше, в першому наближенні спостерігаються лише резонанси виду $\omega \approx \frac{\nu_i}{2}$ ($i = 1, 2, \dots, n$). Перейдемо до побудови асимптотичних наближень для розв'язків рівняння (3.4) у вказаному випадку.

)

)

)

)

)

)

)

)

)

)

)

)

)

)

)

)

3

I

)

)

)

)

)

i

$$a_k = \frac{a\lambda_k}{2v_k(v_k + v_i)},$$

$$b_k = \frac{a\lambda_k}{2v_k(2v_k - v_i)}$$

$$k = 1, 2, \dots, i - 1, \quad i + 1, \dots, n; \quad A = \frac{a\lambda_i}{4v_i^2}.$$

Таким чином, перше наближення для розв'язку диференціального рівняння (3.18) у резонансному випадку записується у вигляді

$$T_i = a \cos\left(\frac{v_i}{2}t + Q\right),$$

де a і Q визначаються із системи диференціальних рівнянь першого наближення

$$\frac{da}{dt} = \frac{ah_i\omega^2}{2v_i} \cos(2Q - \varphi_1),$$

$$\frac{dQ}{dt} = \omega - \frac{v_i}{2} - \frac{h_i\omega^2}{2v_i} \sin(2Q - \varphi_1).$$

Як видно із (3.35) і (3.36) в першому наближенні із збурюючої дії $-(\sum_{k=1}^n \varepsilon\lambda_k \sin\psi_k)T$ на розв'язок рівняння (3.28) впливає лише доданок $(-\varepsilon\lambda_k \sin\psi_k)T$.

На рисунку 3.5 представлені графічні залежності резонансної амплітуди коливань гнучкого елемента від частоти зміни натягу, що відповідають системі (3.36).

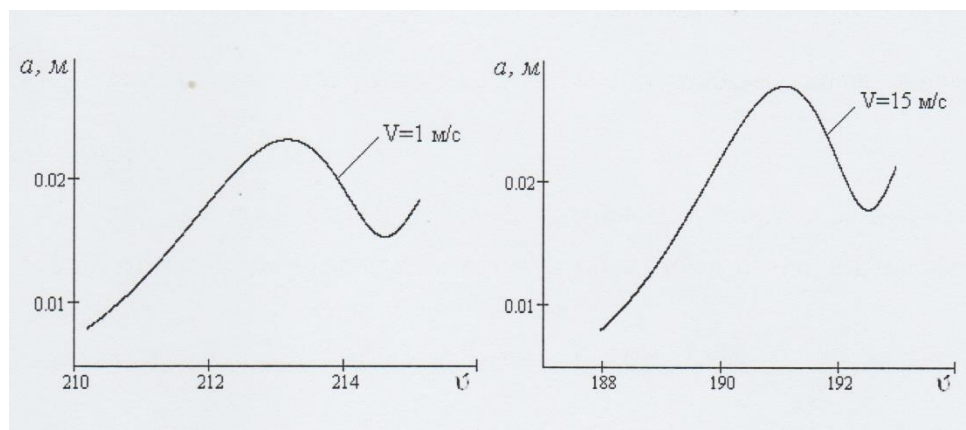


Рисунок 3.5 - АЧХ коливань гнучкого елемента привода за різних швидкостей його поздовжнього руху

Із наведеного випливає, що величина резонансної амплітуди коливань гнучкого елемента привода збільшується із зростанням швидкості його поздовжнього руху, так наприклад, для швидкості поздовжнього руху 15 м/с величина резонансної амплітуди є більшою на 19% ніж для швидкості 1 м/с. При подальшому зростанні швидкості руху резонансне значення амплітуди коливань зростає швидше.

Величина розбалансування частот власних і вимушених коливань суттєво впливає на стійкість коливань гнучкого елемента. На рисунку 3.6 представлені резонансні криві, які дозволяють прослідкувати за поведінкою резонансної амплітуди при зміні величини розбалансування частот.

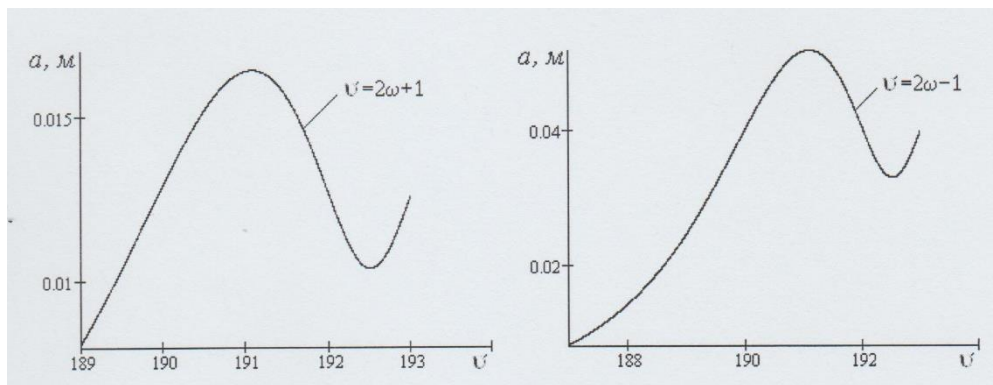


Рисунок 3.6 - Резонансні значення амплітуди коливань гнучкого елемента за різного розбалансування частот власних і вимушених коливань при $V = 15$ м/с

Порівнюючи графічні залежності рисунка 3.6 та рисунка 3.5 б можна стверджувати, що при зростанні частоти змушувальної сили від 188 с^{-1} до 189 с^{-1} амплітуда коливань зменшується на 39%, а при зменшенні її значення від 188 с^{-1} до 187 с^{-1} - зростає майже вдвічі. Це свідчить про те, що в першому випадку динамічний процес стійкий, а в другому - нестійкий.

Слід зазначити, що систему диференціальних рівнянь першого наближення (3.36) можна звести до системи лінійних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами і розв'язати. Для цього в системі (3.36) введемо заміну

$$\begin{aligned} u &= a \sin \left(Q - \frac{\varphi_i}{2} \right), \\ v &= a \cos \left(Q - \frac{\varphi_i}{2} \right). \end{aligned} \quad (3.38)$$

1

)

[

)

;

[

↓

[

)

r

3

i

[

.

)

i

r

)

)

$k \neq 1$

Із (3.41) і (3.42) видно, що в другому наближенні наявний уже вплив всіх членів збурюючої сили $-(\sum_{k=1}^n \varepsilon \lambda_k \sin \psi_k)T$

Систему диференціальних рівнянь (3.42), як і систему (3.36), за допомогою заміни змінних (3.37) можна звести до системи лінійних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами. Аналогічно попередньому випадку, умова існування дійсних коренів характеристичного рівняння цієї системи визначає зону нестійкості тривіального розв'язку вихідного рівняння. Аналітично зона нестійкості з точністю до величин другого порядку мализни визначається нерівностями

$$W_i > 2 - \frac{h_i}{2} + \frac{3h_i^2}{32} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \frac{h_k^2}{4(W_k^2 - W_i^2)},$$

$$W_i < 2 - \frac{h_i}{2} + \frac{3h_i^2}{32} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \frac{h_k^2}{4(W_k^2 - W_i^2)},$$
(3.46)

де

$$W_i = \frac{v_i}{\omega} \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$
(3.47)

Далі розглянемо і інші резонанси, які наявні в другому наближенні. Нехай виконується співвідношення

$$\omega^2 = \left(\frac{v_j + v_k}{2}\right)^2 + \varepsilon \Delta,$$
(3.48)

вважаючи при цьому, що $j \neq k$. Враховуючи (3.44), рівняння (3.14) перепишемо у вигляді

$$\frac{d^2 T_k}{dt^2} + \left(\frac{v_j + v_k}{2}\right)^2 T = -\varepsilon (\sum_{k=1}^n \lambda_k \sin \psi_k + \Delta) T.$$
(3.49)

Асимптотичне наближення для розв'язку диференціального рівняння (3.45) знаходимо таким же чином як і у випадку резонансу $\omega \approx \frac{v_i}{2}$, замінивши при цьому $\frac{v_i}{2}$ на $\frac{v_j + v_k}{2}$.

Здійснюючи відповідні розрахунки, отримуємо вираз другого для розв'язку диференціального рівняння (3.45)

1

2

3

4

5

6

7

8

)

)

;

)

)

)

)

$$\begin{aligned}
u &= a \sin(Q - \varphi_i), & \dots & & u &= a \sin\left(Q - \frac{\varphi_j + \varphi_k}{2}\right), \\
& \dots & & & & \\
v &= a \cos(Q - \varphi_i), & \dots & & v &= a \cos\left(Q - \frac{\varphi_j + \varphi_k}{2}\right)
\end{aligned} \tag{3.61}$$

відповідно зводяться до системи лінійних рівнянь з постійними коефіцієнтами. Умови існування дійсних коренів характеристичних рівнянь цих систем визначають зони нестійкості тривіального розв'язку вихідного рівняння. З точністю до величин другого порядку мализни зони нестійкості визначаються нерівностями

$$W_j > 1 - \frac{h_j^2}{8} + \sum_{k=1}^n \frac{h_k^2}{4(W_k^2 - 4W_j^2)}, \tag{3.62}$$

$$W_j < 1 + \frac{h_j^2}{8} + \sum_{k=1}^n \frac{h_k^2}{4(W_k^2 - 4W_j^2)}, \quad (j = 1, 2, \dots, n),$$

$$W_j - W_k > 2 - \frac{h_j h_k}{2W_j W_k} + \sum_{i=1}^n \frac{h_i^2}{4(W_i^2 - (W_j - W_k)^2)}, \tag{3.63}$$

$$W_j - W_k < 2 - \frac{h_j h_k}{2W_j W_k} + \sum_{i=1}^n \frac{h_i^2}{4(W_i^2 - (W_j - W_k)^2)},$$

при чому в (3.56) j і k приймають ті із значень від 1 до n , для яких $W_j - W_k > 0$. Нерівність (3.55) визначає зону нестійкості у випадку резонансу $\omega \approx \nu_i$, а (3.56) - у випадку резонансу $\omega \approx \frac{\nu_j - \nu_k}{2}$.

Висновки до третього розділу

Для випадку, коли частота власних коливань відмінна від частоти зміни натягу вдалось отримати систему диференціальних рівнянь, яка описує ізохронний коливний процес. Проаналізовано вплив різних значень швидкості руху гнучкого елемента (збільшення швидкості поздовжнього руху від 10 м/с до 20 м/с при $S=150\text{Н}$ зменшує частоту коливань на 52%), зміни сталої складової сили його натягу, зміни частоти змушуючої сили та вплив гармонійної складової сили натягу на коливний процес.

Розроблена методика дозволяє проаналізувати резонансні явища як для першого так і для другого наближень: побудовано резонансні криві за різних швидкостей поздовжнього руху гнучкого елемента приводу (за швидкості поздовжнього руху 15 м/с величина резонансної амплітуди коливань є більшою на 19% ніж за швидкості 1 м/с); досліджено вплив розбалансування частот власних і вимушених коливань на стійкість коливного процесу (при зростанні частоти змушуючої сили від 188 с^{-1} до 189 с^{-1} коливний процес є стійким, а при зменшенні її значення від 188 с^{-1} до 187 с^{-1} - нестійким); знайдено умови стійкості (нестійкості) стану рівноваги як для першого так і другого наближень.

Шляхом використання методу WBKJ, для лінійних аналогів систем отримано залежність для знаходження спектра власних частот коливань гнучких елементів за змінної швидкості їх поздовжнього руху. Розглянуто режими розгону і гальмування. Для періоду розгону зрив коливань відбувається за менший проміжок часу у випадку більш стрімкої зміни швидкості поздовжнього руху, зокрема за кубічного закону зміни швидкості зрив коливань проходить швидше на 28% ніж за квадратичного ($V_0 = 15\text{ м/с}$); для періоду ж гальмування - на 20% ($V_0 = 15\text{ м/с}$).

Відповідно до методу Бубнова-Гальоркіна, заміною (2.23) диференціальне рівняння (4.2) вдалось звести до вигляду

$$\frac{d^2 T_k}{dt^2} + \left(\frac{S_0}{p} - V^2\right) \left(\frac{k\pi}{l}\right)^2 T_k = \sum_{Q=1}^{\infty} \left(\frac{S_Q}{p} \cos vt + \frac{\overline{S}_Q}{p} \sin vt\right) \left(\frac{k\pi}{l}\right)^2 T_k + \varepsilon \bar{f}\left(T_k, \frac{dT_k}{dt}\right),$$

$$\text{де } \bar{f}\left(T_k, \frac{dT_k}{dt}\right) = \frac{2}{l} \int_0^l f\left(u, \frac{du}{dx}, \frac{du}{dt}\right) X_k(x) dx. \quad (4.4)$$

4.2. Неавтономний випадок

Далі дослідимо параметричні коливання гнучкого робочого елемента механічного привода у випадку, коли на нього діє зовнішня періодична сила. В такому разі диференціальне рівняння поперечних коливань гнучкого робочого елемента привода (4.1) матиме вигляд

$$\frac{d^2 t(x,t)}{dt^2} + 2V \frac{d^2 t(x,t)}{dx dt} - \left(\frac{S(t)}{p} - V^2\right) \frac{d^2 t(x,t)}{dx^2} = \varepsilon f\left(u, \frac{du}{dx}, \frac{du}{dt}, Q\right), \quad (4.5)$$

де $Q = \mu t$ - період змушувальної сили, μ - її частота. До диференціального рівняння (4.5) долучимо однорідні крайові умови (2.22).

Беручи до уваги закон зміни сили натягу гнучкого елемента привода вигляду, що становить значний теоретичний і практичний інтерес, диференціальне рівняння (4.5) набуває вигляду

$$\begin{aligned} \frac{d^2 t(x,t)}{dt^2} + 2V \frac{d^2 t(x,t)}{dx dt} - \left(\frac{S_0}{p} - V^2\right) \frac{d^2 t(x,t)}{dx^2} = \\ \vdots \\ = \frac{S_1}{p} \frac{d^2 u}{dx^2} \cos vt + \varepsilon f\left(u, \frac{du}{dx}, \frac{du}{dt}\right). \end{aligned} \quad (4.6)$$

Слід зазначити, що диференціальне рівняння вигляду (4.6) описує також і поздовжні коливання гнучкого елемента привода (щоправда, окремі величини набувають іншого змісту).

Таким чином, подальші дослідження проведено для знаходження впливу параметрів V , S_0 , S_1 , нелінійних та зовнішніх періодичних сил на коливання гнучкого робочого елемента механічного привода.

Методика дослідження коливного процесу побудована на знаходження асимптотичного розв'язку крайової задачі (4.6), (2.22). Для її розв'язання, як і для

;

)

)

,

:

!

На рисунок 4.1 видно графічну залежність, що вплив синусоїдальної зовнішньої сили на поперечні коливання гнучкого елемента привода практично такий же як і при змушувальній силі вигляду $H_1 \cos \mu t + H_2 \sin \mu t$.

Характеризуючи представлену графічну залежність (рис.4.1) можна стверджувати: із зростанням швидкості руху гнучкого робочого елемента механічного привода ширина резонансної зони збільшується; величина коефіцієнта нелінійної складової відновлювальної сили впливає на кут нахилу резонансних кривих до осі a ; коефіцієнт параметричного збурення u впливає на ширину резонансної зони подібним чином як і швидкість поздовжнього руху гнучкого елемента: із збільшенням коефіцієнта u її ширина зростає.

4.4. Експериментальне дослідження амплітудно-частотної характеристики гнучкого елемента механічного привода у випадку періодичного імпульсного збурення

Для підтвердження достовірності теоретичних досліджень нелінійних коливань гнучких елементів приводів у випадку дії імпульсного збурення проведено низку експериментальних досліджень, використавши при цьому привід для руху люльок вистійної шафи. Установка (вистійна шафа) призначена для попередньої вистійки тіста перед його випіканням в печі. Загальний вигляд приводу експериментальної установки показаний на рисунку 4.2

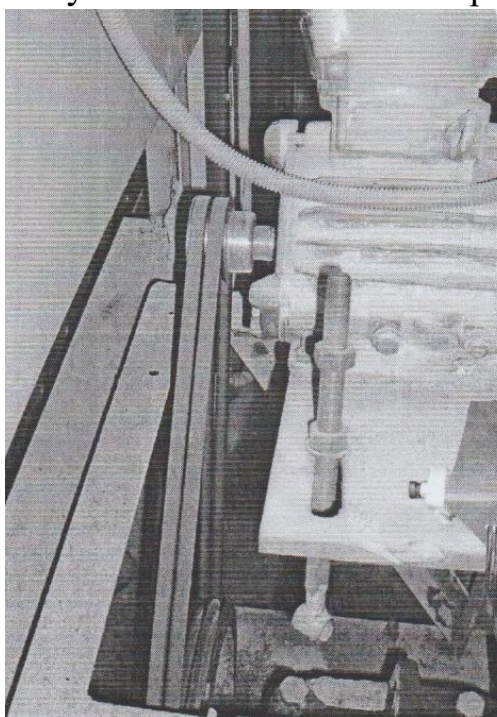


Рисунок 4.2 - Привід для руху люльок вистійної шафи

i
.
[
↓
[
B
.
↓
.
↓
B

Висновки до четвертого розділу

У четвертому розділі розроблено методику дослідження коливних процесів гнучких елементів приводів у випадку змінної величини сили їх натягу. Вона дає можливість:

- побудувати резонансні криві (залежності амплітуди коливань гнучкого елемента від величини розбалансування частот власних і вимушених коливань) для різного виду апроксимації нелінійних сил; дослідити вплив нелінійного демпфування та зміни початкового натягу на коливний процес (за гармонічного закону зміни натягу гнучкого елемента збільшення початкового натягу призводить до зменшення резонансної амплітуди, ширина ж резонансної області залежить від параметрів γ і β — із збільшенням коефіцієнта параметричного збурення у ширина резонансної області зростає, а у разі збільшення коефіцієнта демпфування (β - зменшується);

- використовуючи рівняння у варіаціях та основну ідею теореми Флоке, побудувати стійкі (нестійкі) зони як для тривіального так і нетривіального розв'язків; проаналізувати поведінку стійкого нетривіального розв'язку при зміні величини розбалансування частот;

- дослідити вплив на коливний процес різного вигляду зовнішньої періодичної сили;

- дослідити вплив збурень крайових умов; побудувати відповідні графічні залежності амплітуди коливань гнучкого елемента від величини розбалансування частот за різних значень амплітуди гармонійного збурення.

- Таким чином, отримані у розділі результати дозволяють оцінити вплив кінематичних, фізико-механічних параметрів, а також нелінійних сил на динаміку процесу у приводах з гнучким робочим елементом.

- Розроблена методика без особливих труднощів може бути використана для аналізу механічних систем, математичними моделями яких є розглянута у розділі крайова задача, а також може бути перенесена і на випадок іншого вигляду однорідних і квазіоднорідних крайових умов.

РОЗДІЛ 5 ТЕХНІКО-ЕКОНОМІЧНІ ОБГРУНТУВАННЯ

5.1. Розрахунок експлуатаційних витрат

Техніко-економічні показники роботи машинно-тракторного агрегату в приводах з гнучким робочим елементом визначається за методами, що викладені у постанововах та методичних рекомендаціях з техніко-економічних розрахунків і формування бізнес-плану [34, 35, 36].

Експлуатаційні витрати на одиницю виконаної агрегатом роботи S_0 , складається з суми окремих елементів

$$S_0 = \Sigma S_a + \Sigma S_{p.m} + S_{m.e} + S_z, \quad (5.1)$$

де ΣS_a – сума амортизаційних відрахувань на всі елементи агрегата:

трактор – серійна машина, грн/га;

трактор – модернізована машина, грн/га.

$\Sigma S_{p.m}$ – сума витрат на поточний ремонт і технічне обслуговування по всіх елементах агрегата, грн/га;

$S_{m.e}$ – вартість паливо-мастильних матеріалів, грн/га;

S_z – відрахування на зарплату працюючим, грн/га.

Амортизаційні відрахування по агрегатах S_{01} і S_{02} , на реновацію і капітальний ремонт (вартість агрегату визначена як сума)

$$\Sigma S_a = S_{a.m} + S_{am} * z, \quad (5.2)$$

де $S_{a.m}$, S_{am} – амортизаційне відрахування на трактор і машину;

z – кількість кукурудзяних сівалок в агрегаті, $z = 1$.

Амортизаційні відрахування на трактор і машину визначаємо окремо для кожного виду машин із співвідношення.

Для трактора:

$$S_{am} = \frac{(a' + a'')B}{T_T W}, \quad (5.3)$$

де B – балансова вартість трактора, $B = 45620$ грн;

,

)

)

,

)

,

5.2. Визначення річної економії

Визначаємо річну економію за рахунок приведених витрат скориставшись формулою

$$\mathcal{E}_r = (\Pi_{31} - \Pi_{32})Q, \text{ грн.} \quad (5.9)$$

Підставивши значення у формулу (5.9) отримуємо

$$\mathcal{E}_r = (52,67 - 47,03) * 147 = 829,08 \text{ грн.}$$

На основі спостережень, що проводилися під час роботи серійної і модернізованої машиною встановлено, що під час роботи серійної машини, що має привод з гнучким робочим елементом часто виходить з ладу розподільник РР-75-3 гідросистеми трактора, а також гідромотор ГМШ-32Л ексгаустера. Нами визначено, що розподільник виходить з ладу через кожних 40...50 гектарів посіву, а гідромотор виходить з ладу через 50..60 гектарів посіву.

Визначаємо річну економічну ефективність від використання модернізованої машини, скориставшись формулою.

$$\mathcal{E}_{\text{эф}} = \mathcal{E}_2 + (C_p m_p + C_r m_r), \quad (5.10)$$

де C_p – вартість розподільника, $C_p = 387,56$ грн;

m_p - кількість заміненних розподільників, $m_p = 3$ шт;

C_r – вартість гідромотора, $C_r = 664,18$ грн;

m_r - кількість заміненних гідромоторів, $m_r = 3$ шт.

Підставивши значення у формулу (5.10) отримуємо

$$\mathcal{E}_{\text{эф}} = 829,08 + (387,56 * 3 + 664,18 * 3) = 3984,30 \text{ грн.}$$

5.3. Розрахунок строку окупності

Визначаємо строк окупності модернізованої машини, скориставшись формулою .

$$T = \frac{14534,22}{3984,30} = 1,6$$

Отже, строк окупності модернізованої машини становить чотири сезони.

Техніко-економічні показники модернізованої машини характеризується цілою системою показників, що представлені в таблиці 5.1.

Таблиця 5.1 - Техніко-економічні показники модернізованої машини

Показники економічної ефективності	Варіант сівалки	
	Базової	Модернізованої
Капіталовкладення, грн.	16840,00	14534,22
Металоємність, кг	1100	1065
Годинна продуктивність, га	2,7	2,7
Експлуатаційні витрати на 1 га, грн.	29,76	27,26
Приведені витрати на 1 га, грн.	52,67	47,03
Питомі капітальні витрати, грн./га.	114,56	98,87
Річний економічний ефект, грн.	-	3984,30
Строк окупності, років	-	3,6

Висновки до п'ятого розділу

За результатами визначених техніко-економічних показників можна зробити наступні висновки:

1. Капіталовкладення на виготовлення модернізованої машини, що обладнана приводом з гнучким робочим елементом значно менші капіталовкладень, які мають бути витрачені на виготовлення серійної машини.

2. Експлуатаційні витрати, приведені витрати і прямі капітальні витрати модернізованої машини менші аналогічних витрат серійної машини.

3. Річний економічний ефект становить більше 4000 гривень, а строк окупності запропонованої модернізації в межах трьох робочих сезонів.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ І ПРОПОЗИЦІЇ

1. Огляд основних публікацій, який стосується коливних процесів рухомих систем показав, що такі системи вивчені недостатньо. Розв'язування задач про коливання вказаних систем, навіть у квазілінійній постановці, пов'язане зі значними математичними труднощами інтегрування нелінійних диференціальних рівнянь з частинними похідними. Через відсутність загальних підходів до дослідження динамічних процесів систем, які характеризуються постійною складовою швидкості руху, ці процеси розглянуто лише для окремих випадків. Проте, наявність у цих дослідженнях надмірних штучних обмежень значною мірою звужує область їх застосування про що засвідчують результати багатьох вчених-дослідників.

2. Тому розроблення аналітичних методів дослідження комплексного впливу а) періодичного імпульсного збурення; б) змінної величини сили натягу гнучких елементів приводів; в) швидкості поздовжнього руху; г) різного роду збурень в точках дотику гнучкого елемента до шківів на коливні процеси гнучких елементів приводів і їх стійкість є актуальною задачею. Результати таких досліджень матимуть важливе як теоретичне, так і прикладне значення під час запровадження їх у виробництво.

3. Розроблена методика дослідження коливних процесів гнучких елементів приводів дає можливість дослідити вплив імпульсних сил, які змінюються за певним законом на АЧХ коливань гнучких елементів приводів, в тому числі проаналізувати резонансні явища у випадку їх періодичної зміни, а також проаналізувати вплив швидкості поздовжнього руху, сили натягу гнучкого елемента привода у випадку дії імпульсних сил на динаміку технологічного процесу роботи механізмів.

4. На основі викладеної методики дослідження коливних процесів гнучких елементів приводів за умови відсутності сил опору можна описати динамічні процеси доволі широкого класу рухомих одновимірних систем. Отримані результати, зокрема, дозволяють дослідити вплив змінної величини сили натягу гнучкого елемента привода на коливний процес.

5. Коли частота власних коливань відмінна від частоти зміни натягу вдалось отримати систему диференціальних рівнянь, яка описує ізохронний коливний процес. Проаналізовано вплив різних значень швидкості руху гнучкого елемента (збільшення швидкості поздовжнього руху від 10 м/с до 20 м/с при $S=150\text{H}$ зменшує частоту коливань на 52%), зміни сталої складової сили його натягу, зміни частоти змушуючої сили та вплив гармонійної складової сили натягу на коливний процес.

6. Шляхом використання методу WBKJ для лінійних аналогів систем отримано залежність для знаходження спектра власних частот коливань гнучких елементів за змінної швидкості їх поздовжнього руху. Розглянуто режими розгону і гальмування. Для періоду розгону зрив коливань відбувається за менший проміжок часу у випадку більш стрімкої зміни швидкості поздовжнього руху, зокрема за кубічного закону зміни швидкості зрив коливань проходить швидше на 28% ніж за квадратичного ($V_0 = 15\text{м/с}$); для періоду ж гальмування - на 20% ($V_0 = 15\text{ м/с}$).

7. Методика дослідження коливних процесів гнучких елементів приводів у випадку змінної величини сили їх натягу дає можливість побудувати резонансні криві (залежності амплітуди коливань гнучкого елемента від величини розбалансування частот власних і вимушених коливань) для різного виду апроксимації нелінійних сил; дослідити вплив нелінійного демпфування та зміни початкового натягу на коливний процес (за гармонічного закону зміни натягу гнучкого елемента збільшення початкового натягу призводить до зменшення резонансної амплітуди, ширина ж резонансної області залежить від параметрів γ і β — із збільшенням коефіцієнта параметричного збурення γ ширина резонансної області зростає, а у разі збільшення коефіцієнта демпфування (β - зменшується).

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Про подальше реформування аграрного сектора економіки у 2001 - 2005 роках: Указ Президента України, // Урядовий кур'єр. 2001. 1 червня.
2. Земельний кодекс України: Закон України від 25 жовтня 2001 року № 2768 - 111 // Відомості Верховної Ради України. 2002. № 3-4. С. 42-88.
3. Про внесення змін в Земельний кодекс України: Закон України від 11 липня 2003 року № 1119 - IV// Голос України. 2003. 12 серпня.
4. Про внесення змін до Земельного кодексу України: Закон України від 6 жовтня 2004 року № 2059 - IX // Все про бухгалтер. 2004. № 116. С. 11.
5. Про внесення змін до Земельного кодексу України: Закон України від 6 жовтня 2004 року № 2059 - IX // Відомості Верховної Ради України 2005. №2.
6. Земельний кодекс України. Сільський час. П'ятниця, 16 листопада 2001 року, № 66 (268) (м. Київ, 25 жовтня 2001 року. № 2768-III).
7. Дипломне проектування у вищих навчальних закладах Мінагрополітики України: Навчально-методичний посібник / За ред.. Т.Д. Іщенко, І.М. Бендери. Київ: Аграрна освіта, 2006. 256 с.
8. Методичні рекомендації з організації виконання та захисту дипломних робіт освітнього ступеня „Магістр”. Для студентів із спеціальності 208 - „Агроінженерія” та керівників дипломних робіт / І.М. Бендера, А.В. Рудь, О.В. Думанський, І.О. Мошенко; за ред. А.В. Рудя. Кам'янець-Подільський, 2016. 28 с.
9. Методичні рекомендації до виконання та оформлення дипломної роботи для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти спеціальності 208 „Агроінженерія” / А.В. Рудь, В.І. Луганець, Ю.І. Панцир, П.П. Федірко, Ю.Ф. Павельчук. За ред. А.В. Рудя. Кам'янець-Подільський: ПДАТУ, 2019. 51 с.
10. Механізація, електрифікація та автоматизація сільськогосподарського виробництва: підруч. У 2 т: Т. 2 / А.В. Рудь, І.М. Бендера, Д.Г. Войтюк та ін.: за ред. А.В. Рудя. Київ: Аіроосвіта, 2012. 434 с.
11. Механізація, електрифікація та автоматизація сільськогосподарського виробництва: підруч. У 2 т: Т. 1 / А.В. Рудь, І.М. Бендера, Д.Г. Войтюк та ін.; за ред. А.В. Рудя. Київ: Агроосвіта, 2012. 584 с.

12. Сільськогосподарські машини. Основи теорії та розрахунку: Підручник / Д. Г. Войтюк, В. М. Барановський, В. М. Булгаков та ін.; за ред. Д. Г. Войтюка. Київ: Вища освіта, 2005. 464 с.

13. Анісімов І. О. Коливання та хвилі: навч. посіб. [для студ. вищ. навч. закат.] / Анісімов І. О. - К.: Академпрес, 2003. 280 с.

14. Боженко М. В. Вплив повздовжнього руху на нелінійні поперечні коливання пружних одновимірних систем / М. В. Боженко, А. М. Сліпчук // Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2005. №509. С. 25-30

15. Вікович І. А. Поперечні коливання обприскувача для хімічного захисту рослин з урахуванням рухомості рідини в ємкості та коливання наліпної штанги на маятниковій одношарнірній підвісці / І. А. Вікович // Всеукр. наук-техн. журн. "Вібрації в техніці і технології". Вінниця: ВДАУ, "»№6. С. 52-55

16. Вікович І. А. Нелінійні коливання рухомої струни / І. А. Вікович, Х. А. Висоцька // Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. Львів 2017, №509. С. 30-35.

17. Гащук П. М. Вимушені коливання рухомих одновимірних нелінійно-пружних систем і метод Ван-дер-Поля у їх дослідженні / П. М. Гащук, І. Г. Назар // Науковий вісник: 36. науково-технічних праць. Львів: НЛТУУ, 2007. Вин. 17.1. С. 300-304.

18. Гладь Ю. Б. Розрахунок конструктивно-кінематичних параметрів стрічкового транспортера-очисника / Ю. Б. Гладь, Р. Б. Гевко Сільськогосподарські машини. Збірник наукових статей. Луцьк: ЛДТУ, 200, Вип 5. С. 46-53.

19. Дейнека Р. М. Частотний аналіз електромеханічних систем транспортування гнучкого носія інформації / Р. М. Дейнека // Наукові нотатки. Міжвузівський збірник. Луцьк: ЛДТУ, 2002. С. 132-137.

20. Ільїн С. Р. Дослідження взаємодії коливних процесів в струні та виску каната при гальмуванні мобільної підйомної установки / С. Р. Ільїн, С. В. Самуся // Вібрації в техніці та технологіях. 2007. №3 (48). С. 89-92.

21. Корнієнко В. Ф. Нелінійні коливання гнучких в'язкопружних елементів конструкцій при взаємодії з зовнішнім середовищем: автореф. дис. на здобуття наук, ступеня канд. техн. наук: спец. 05.23.17 / В. Ф. Корнієнко. Київ, 2002. 19 с.

22. Кузьо І. В. Динамічні процеси у середовищах, які характеризуються позовжнім рухом, та вплив крайових умов на амплітуду і частоту їх коливань / І. В. Кузьо, Є. В. Харченко, М. Б. Сокіл // Вібрації в техніці і технологіях. 2007. №3 (48). С. 53-56.

23. Мартинців М. П. Вплив імпульсних сил на нелінійні коливання консервативних систем / М. П. Мартинців, Б. І. Сокіл, М. Б. Сокіл // Науковий вісник: Збірник науково-технічних праць. Львів: УДЛТУ, 2003. Вип.13.1 С. 72-81.

24. Назар І. І. Метод Ван-дер-Поля у дослідженні періодичних збурень рухомих одновимірних систем / І. І. Назар, Б. І. Сокіл // Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні. Львів, 2006. №560. С. 71-75.

25. Рудницький В. Б. Одна задача коливання кусково-однорідної струни / В. Б. Рудницький, В. В. Мороз // Вісник Технологічного університету Поділля. Технічні науки. 2000. №3, Ч. 2. С. 144-148.

26. Асимптотичні методи у дослідженні параметричних коливань гнучкого елемента механічного привода: (Український математичний конгрес, 2009, м. Київ) [Електронний ресурс] / Б. І. Сокіл, І. І. Назар
Режим доступу: <http://www.imath.kiev.ua/~congress2009/parthUMC2009.html>.

27. Харченко Є. В. Багаточастотні коливання одновимірних нелінійно пружних рухомих середовищ та методика побудови асимптотичних наближень крайових задач, що їх описують / Є. В. Харченко, М. Б. Сокіл // Машинознавство. Всеукраїнський щомісячний науково-технічний і виробничий журнал. 2007. № 1. С. 19-25.

28. Яковенко М. Г. Особливості коливань підвантаженої стрічки / М. Г. Яковенко // Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. Львів, 2003. №539. С. 116-121.

29. Механіко-технологічні властивості сільськогосподарських матеріалів: Підручник / Царенко О.М., Войтюк Д.Г., Швайко В.М. та ін. За ред. С.С. Яцупа. Київ: Мета, 2003. 448 с.

30. Рудь А.В., Грушецький С.М. Системний підхід до розробки адаптивних машинобудівних технологій і комплексів машин : матеріали всеукраїн. наук. – практ. анг.-конф. «Вирішення сучасних проблем технологій та техніки в сільськогосподарському виробництві» (24-25 листопада 2022 р.) Ніжин : НУБІП України, 2022р.

31. Система техніко-технологічного забезпечення виробництва продукції рослинництва / за ред. В.В. Адамчука, м.І. Грицишина, Київ: Аграр. наука, 2012. 416 с.

32. Проектування сільськогосподарських машин. Навчальний посібник для виконання курсових проектів з розробки сільськогосподарської техніки при підготовці фахівців напряму 6.100202 „Процеси, машини та обладнання агропромислового виробництва”. І.М. Бендера, А.В. Рудь, Я.В. Козій та ін. / За редакцією І.М. Бендери, А.В. Рудя, Я.В. Козія. Кам’янець-Подільський: ФОП Сисин О.В., 2011. 640 с.

33. Методика навчання і наукових досліджень у вищій школі: Навчальний посібник / С.У. Гончаренко, П.М. Олійник, В.К. Федорченко та ін.; За ред. С.У. Гончаренка, П.М. Олійника. Київ: Вища школа, 2003, 323 с.

34. Практикум із машиновикористання в рослинництві: Навч. посібник / За ред. Мельника. Київ; Кондор. 2004, 284 с.

35. Довідник з машиновикористання в землеробстві / За ред Пастухова. Харків: «Веста», 2001. 347 с.

36. Машини та обладнання в тваринництві: підручник / Іванишин В.В., Грушецький С.М., Рудь А.В. Кам’янець-Подільський: Подільський державний аграрно-технічний університет: ТОВ «Друкарня «Рута», 2021. 468 с.

37. Технічне обслуговування машин і обладнання: підручник / Іванишин В.В., Рудь А.В., Грушецький С.М. Кам’янець-Подільський: Заклад вищої освіти «Подільський державний університет», ТОВ «Друкарня «Рута», 2023. 360 с.

38. Експлуатація машин і обладнання: підруч. / Іванишин В.В., Лабазюк П.П., Рудь А.В., Грушецький С.М. Кам'янець-Подільський: Заклад вищої освіти «Подільський державний університет», ТОВ «Друкарня «Рута», 2024. 576 с.

39. Скобло Ю.С., Тіщенко Л.М., Цапко В.Г. Безпека життєдіяльності. Вінниця, Нова книга, 2000. 368 с.

40. Посібник по реформуванню сільськогосподарських та переробних підприємств. За ред. П.Т. Саблука, В.Я. Месель Веселяка / LAE УААН. Київ: 2000. 660 с

41. Про порядок державної реєстрації суб'єктів підприємницької діяльності. Затверджено Постанова Кабінету Міністрів України від 25.05.1998 // Спеціальний додаток до тижневика «Дебет-Кредит», 2000, №16. с. 40-51

42. Тарифікація механізованих та ручних робіт у сільському господарстві / В.В. Вітвіцький, З.М. Метельська, М.Ф. Кисляченко. Київ: НДІ „Украгропромпродуктивність”, 2009. 128 с.

43. Галак В.І. Експериментальне дослідження амплітудно-частотних характеристик гнучкого елемента механічного приводу. Всеукраїнська науково-практична конференція «Перші наукові кроки – 2025. Заклад вищої освіти «Подільський державний університет» Кам'янець-Подільський», 2025.

ДОДАТКИ

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ АМПЛІТУДНО-ЧАСТОТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГНУЧКОГО ЕЛЕМЕНТА МЕХАНІЧНОГО ПРИВОДУ

Галак В. І., здобувач вищої освіти

освітнього ступеня «Магістр» спеціальності 208 «Агроінженерія»

Керівник: професор, Котов Б.І.

Для підтвердження достовірності теоретичних досліджень нелінійних коливань гнучких елементів приводів у випадку дії імпульсного збурення проведено низку експериментальних досліджень, використавши при цьому привід для руху люльок вистійної шафи. Установка (вистійна шафа) призначена для попередньої вистійки тіста перед його випіканням в печі. Загальний вигляд приводу експериментальної установки показаний на рисунку 1

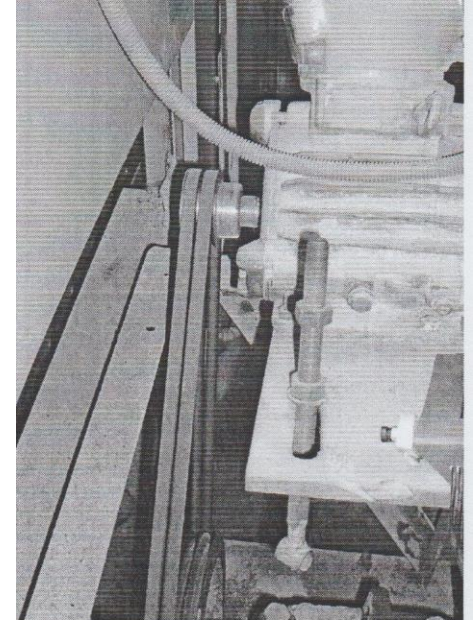


Рисунок 1 - Привід для руху люльок вистійної шафи

Метою експериментальних досліджень є визначення впливу швидкості поздовжнього руху гнучкого елемента приводу і періодичних імпульсних сил на АЧХ його поперечних коливань.

Імпульсне збурення може мати різну природу, зокрема воно може бути зумовлене нерівністю шківів. Для реалізації експериментальних досліджень на одному із шківів (ведучому) були наварені чотири поперечки шириною, рівній ширині паса, довжиною 2 мм, висотою 3 мм - 4 мм. Це забезпечило наявність в коливній системі збурення імпульсного виду, яке діє у певні моменти часу. Дослідження проводились для різних швидкостей поздовжнього руху гнучкого елемента, що забезпечувалось різними розмірами шківів.

Схема приводу експериментальної установки для дослідження АЧХ коливань гнучкого елемента наведена на рисунку 2,

Установка складається із двигуна, який приводить в дію вал ведучого шківа 1. Рух від ведучого 1 до веденого 2 шківа забезпечується гнучким елементом 3, а саме гумотканинним кордшнуровим клиновим пасом типу «В».

Під час руху коливної системи пас здійснює поперечні коливання. Вимірювання його коливань (частоти, амплітуди) здійснювались за допомогою стробоскопічного методу. Він полягає у тому, що рухоме тіло (гнучкий елемент) освітлюють через рівні проміжки часу світловим спалахом. Якщо тіло в процесі його руху фіксувати, то буде видно послідовні положення тіла через рівні проміжки часу. Фіксувались моменти часу, коли відхилення його поперечного перерізу були максимальні за різних швидкостей поздовжнього руху. Заміри проводились між ведучим 1 і веденим 2 шківими, відповідно до схеми представленої на рисунку 4.3. Частота світлових спалахів встановлювалась таким чином, щоб вона співпадала з частотою коливань гнучкого елемента. Таким чином на табло лічильника спалахів стробоскопа виводилось значення, яке відповідає частоті коливань паса. Відхилення ж паса фіксувались за допомогою камери, зображення з якої відображалось на моніторі з проградуєваною шкалою.

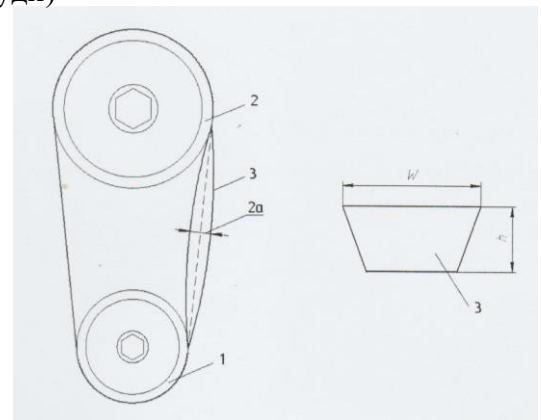


Рисунок 2 - Схема приводу експериментальної установки

Під час руху коливної системи пас здійснює поперечні коливання. Вимірювання його коливань (частоти, амплітуди) здійснювались за допомогою стробоскопічного методу. Він полягає у тому, що рухоме тіло (гнучкий елемент) освітлюють через рівні проміжки часу світловим спалахом. Якщо тіло в процесі його руху фіксувати, то буде видно послідовні положення тіла через рівні проміжки часу. Фіксувались моменти часу, коли відхилення його поперечного перерізу були максимальні за різних швидкостей поздовжнього руху. Заміри проводились між ведучим 1 і веденим 2 шківими, відповідно до схеми представленої на рисунку 4.3. Частота світлових спалахів встановлювалась таким чином, щоб вона співпадала з частотою коливань гнучкого елемента. Таким чином на табло лічильника спалахів стробоскопа виводилось значення, яке відповідає частоті коливань паса. Відхилення ж паса фіксувались за допомогою камери, зображення з якої відображалось на моніторі з проградуєваною шкалою.

1. І.М. Бендера, А.В. Рудь, Я.В. Козій та ін. Проектування сільськогосподарських машин. Навчальний посібник для виконання курсових проектів з розробки сільськогосподарської техніки при підготовці фахівців напряму 6.100202 „Процеси, машини та обладнання агропромислового аиробництва”. І.М. Бендера, А.В. Рудь, Я.В. Козій та ін. / За редакцією І.М. Бендери, А.В. Рудя, Я.В. Козія. – Кам’янець-Подільський: ФОП Сисин О.В., 2011. – 640 с.