

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ПОДІЛЬСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІНЖЕНЕРНО-ТЕХНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

Кафедра технічного сервісу і загальнотехнічних дисциплін

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

до лабораторних занять з дисципліни «Теорія механізмів і машин»
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
спеціальності 208 «Агроінженерія»

м. Кам'янець – Подільський

2022 р.

УДК 621.791.052
Р 621

Укладачі :

Ткачук Василь Сергійович,

кандидат технічних наук, доцент;

Девін Владлен В'ячеславович,

кандидат технічних наук, доцент;

Бурдега Василь Юрійович,

кандидат технічних наук, доцент

Рекомендовано до друку науково-методичною радою

Подільський державний університет

(протокол № ____ від _____ 2022 року)

Рецензенти:

Мендерецький Вадим Владиславович, професор кафедри методики викладання фізики і дисциплін технологічної освітньої галузі Кам'янець- Подільського національного університету ім. Івана Огієнка, доктор педагогічних наук;

Федірко Павло Петрович, директор навчально-наукового центру перепідготовки і підвищення кваліфікації Подільського державного університету, кандидат технічних наук, доцент

Методичні рекомендації до лабораторних занять з дисципліни «Теорія механізмів і машин» для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальності 208 «Агроінженерія» / В.С. Ткачук, В.В. Девін, В.Ю. Бурдега. Кам'янець-Подільський: ПДУ, 2022. – 56 с.

Методичні рекомендації розроблено з метою закріплення теоретичних знань і набуття практичних навичок по аналізу елементів машин і механізмів

	Зміст
Вступ	4
Лабораторна робота № 1. Структурний аналіз важільних механізмів	5
Лабораторна робота № 2. Структурний синтез важільного механізму	11
Лабораторна робота № 3. Кінематичний аналіз зубчастих механізмів	16
Лабораторна робота № 4. Визначення коефіцієнта тертя кочення	21
Лабораторна робота № 5. Визначення основних геометричних параметрів зубчастих коліс	26
Лабораторна робота № 6. Побудова евольвентних зубів методом обкатки інструментальною рейкою	33
Лабораторна робота № 7. Зрівноваження мас, що обертаються	39
Лабораторна робота № 8. Динамічне балансування ротора	46
РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА	55

ВСТУП

Лабораторний практикум по «Теорії машин і механізмів» (ТММ), що передбачає вивчення загальних методів дослідження і проектування механізмів і загальних питань механіки машин.

У практикумі приводяться лабораторні роботи, що виконуються в основному на типовому учбово-лабораторному устаткуванні, що забезпечує загальнодоступність їх проведення.

Лабораторні роботи представлені в порядку, прийнятому при вивченні курсу ТММ. У кожній лабораторній роботі приводяться теоретичний матеріал, опис конструкції устаткування, методика виконання робіт і зразок форми звіту.

У лабораторному практикумі використовується міжнародна система одиниць вимірювання СІ.

При виконанні лабораторних робіт студент використовує знання, які він отримав при вивченні теоретичної частини дисципліни, а також попередніх загальнотехнічних дисциплін: фізики, математики, теоретичної механіки і ін.

Самостійне виконання студентом лабораторних робіт по кожному розділу курсу ТММ має велике значення: учить практичному застосуванню методів структурного, кінематичного і динамічного аналізу, синтезу механізмів, розвиває розрахункову техніку, знайомить з контрольно-вимірювальними приладами і навиками роботи з ними, збагачує уявленням про механізми з різних областей техніки, тим самим розширюючи його технічний кругозір.

Лабораторна робота № 1

СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ

Мета роботи - навчитися зображати кінематичні схеми і проводити структурний аналіз важільних механізмів.

Короткі теоретичні відомості

У теорії механізмів і машин одним з основних понять вважається вчення про кінематичну пару (КП). Основоположником поняття КП є берлінський професор Ференц Рело (1834 р.). В даний час теорія КП вийшла за рамки аналізу і синтезу механічних систем і має важливе прикладне значення в розробці поверхонь ріжучих інструментів, верстатобудуванні, технології виготовлення складних профілів деталей.

Кінематична пара - це рухоме з'єднання двох твердих тіл. Тіла, що утворюють КП, називають ланками. Внаслідок з'єднання ланок їх рухомість по відношенню один до одного обмежена, тобто можлива тільки така рухомість, яка визначається поверхнями КП і характером їх з'єднання.

Якщо в КП реалізується простий відносний рух (обертальний, поступальний), то КП називається нижчою. У таких КП відносний рух є чисте ковзання. При цьому має місце поверхневий контакт, контакт по поверхні.

При перекочуванні ланок в КП здійснюється складніший відносний рух. Такі КП називають вищими. У вищій КП поверхнєве з'єднання виключене і спостерігається тільки лінійний, або точковий контакт.

З погляду передачі сил тертя і зносу нижчі КП переважають в порівнянні з вищими КП. Проте останні дають можливість відтворювати такі рухи, які важко або неможливо здійснити нижчими КП.

Крім необхідності розрізняти КП за ознакою з'єднання поверхонь важливо уміти класифікувати КП по виду відносного руху і кількості незалежних один від одного рухів в КП.

По виду відносного руху КП бувають поступальними і обертальними. На (рис 1.1, а), зображена однорухома поступальна КП, а на (рис. 1.1, б) приведено її схематичне позначення. КП складається із стержня 1 і обойми 2. Очевидно, що можливий тільки поступальний відносний рух між стержнем і обоймою, тому КП називається поступальною.

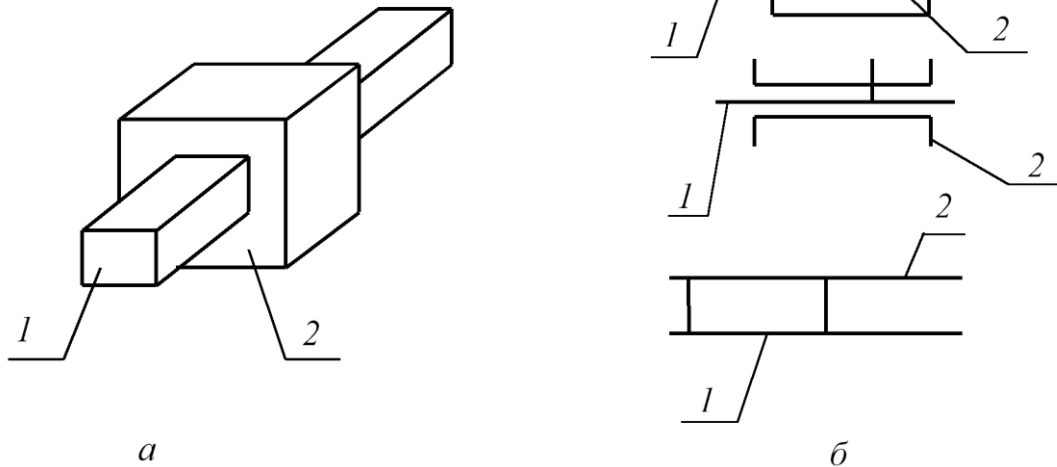


Рис. 1.1

На (рис. 1.2, а) показаний приклад однорухомої обертальної КП, в якій важіль 1 має єдину можливість обертального руху щодо корпусу 2. Ця КП на схемі зображується так, як показано на (рис. 1.2, б).

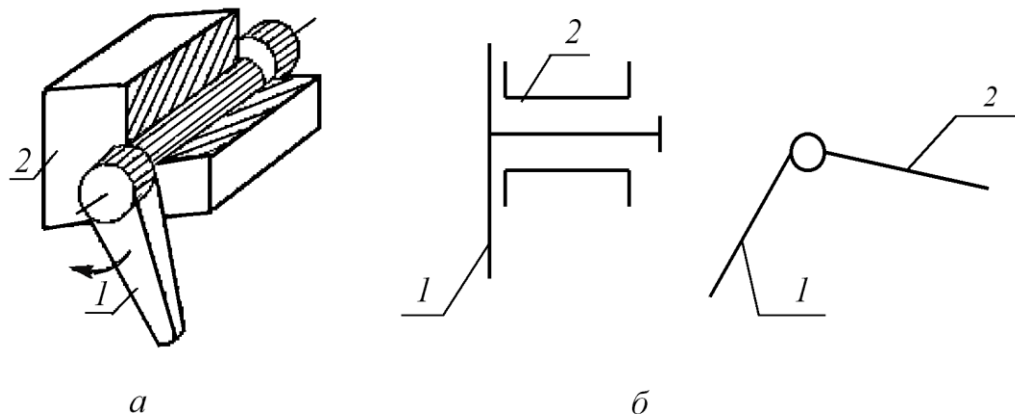


Рис. 1.2

Відзначимо, що умовне коло між ланками 1 і 2 не штрихується і не зачернюється. Також відсутність цього кола неприпустимо, якщо позначається КП, представлена на (рис. 1.2, а).

На (рис. 1.3, а) представлена двох рухома КП, між ланками якої можливі два рухи – поступальний і обертальний. Умовне схематичне позначення цього варіанту, як видно з (рис. 1.3,б), має свої особливості.

Послідовне рухоме з'єднання декількох ланок утворюють кінематичний ланцюг (КЛ). КЛ з однією умовно нерухомою ланкою називають механізмом, а нерухома ланка - стояком.

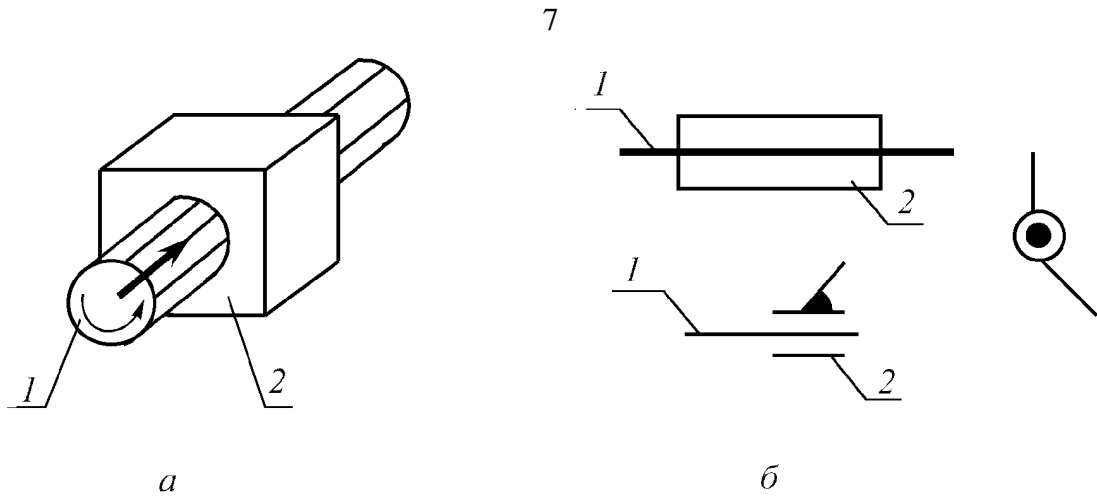


Рис. 1.3

Ступінь рухомості W плоского механізму визначають по формулі Чебишева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 \quad (1.1)$$

де n - кількість рухомих ланок механізму; p_5 - число однорухомих КП; p_4 - число двохрухомих КП в механізмі.

Велике значення при дослідженні механічних систем має структурна класифікація. Найбільш вдала класифікація була запропонована Л. У. Ассуром: вона полегшує аналіз існуючих і створення нових плоских механізмів.

По Ассуру плоскі механізми складаються з груп початкових ланок і груп нульової рухливості. Група початкових ланок (ГПЛ) (механізм I класу) - це кінематичний ланцюг, що складається із стояка і рухомої (ведучого, як правило) ланки. У ГПЛ тільки одна КП. Вона може бути однорухомою обертальною або поступальною. Крім ГПЛ в механізм можуть входити групи нульової рухливості з однорухомими КП. Приєднання до механізму таких груп - їх також називають групами Ассура - не міняє ступінь його рухомості. Для таких груп

$$W = 3n - 2p_5 = 0$$

Звідси витікає, що в групі з нульовою рухливістю справедлива тотожність

$$3n = 2p_5$$

або

$$p_5 = \frac{3n}{2} \quad (1.2)$$

При аналізі або синтезі механізму необхідно завжди пам'ятати, що кожна конкретна ланка або кожна конкретна КП входить в ГПЛ або іншу групу тільки один раз.

Група Ассура характеризується класом. Так, ГПЛ - механізм I класу. Групи з двома ланками і трьома КП (діади) відносять до II класу. Клас груп з числом ланок більше двох визначається числом внутрішніх КП, що утворюють замкнутий контур. Групи Ассура характеризуються також порядком. Порядок

групи визначається числом вільних повідців, якими група може приєднатися до інших ланок, що не входять до цієї групи.

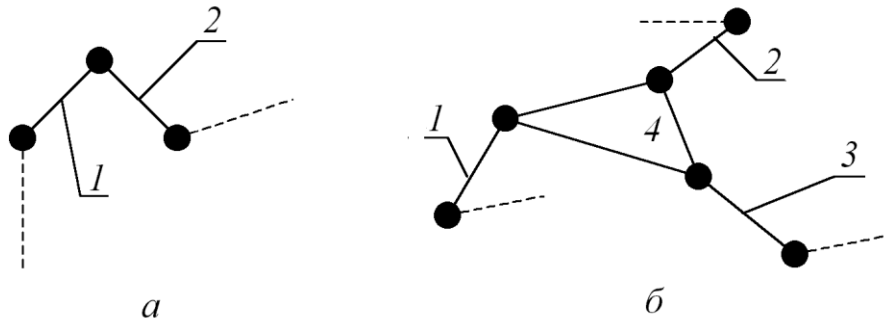


Рис. 1.4

На (рис. 1.4, а) показана група II класу 2-го порядку (діада), де $p_5 = 3$, $n = 2$, тотожність (1.2) дотримується, а на (рис. 1.4, б) - група III класу 3-го порядку, де $p_4 = 6$, $n = 4$, тотожність (1.2) дотримується.

Клас механізму визначається класом найвищої групи Ассура, що входить до механізму.

Порядок виконання роботи

1. По виданій моделі механізму викреслити його кінематичну схему.
2. Позначити римськими цифрами ланки і латинськими буквами КП. Підрахувати кількість n рухомих ланок.
3. Написати структурні формули КП і вказати кількість однорухомих p_5 і двохрухомих p_4 КП.
4. Розрахувати ступінь рухомості механізму W по формулі (1.1).
5. Розкласти механізм на групи Ассура. Показати ці групи окремо від механізму.
6. Визначити клас механізму.

Контрольні питання

1. Дайте визначення КП, КЛ, механізму.
2. На скільки одиниць кожна КП I класу (II) зменшує рухливість механізму?
3. Порівнюючи між собою нижчі і вищі КП, перерахуйте їх переваги і недоліки.
4. Що означає рівність нулю рухливості механізму?
5. Зобразити всі можливі варіанти груп Ассура II класу, що має обертальні або поступальні КП.

Зміст звіту

На (рис. 1.5.) представлений механізм двигуна внутрішнього згорання (ДВЗ) (а) і кінематична схема кривошипно-повзунного механізму (б); 1 - кривошип; 2 - шатун; 3 - повзун; 4 - стаяк.

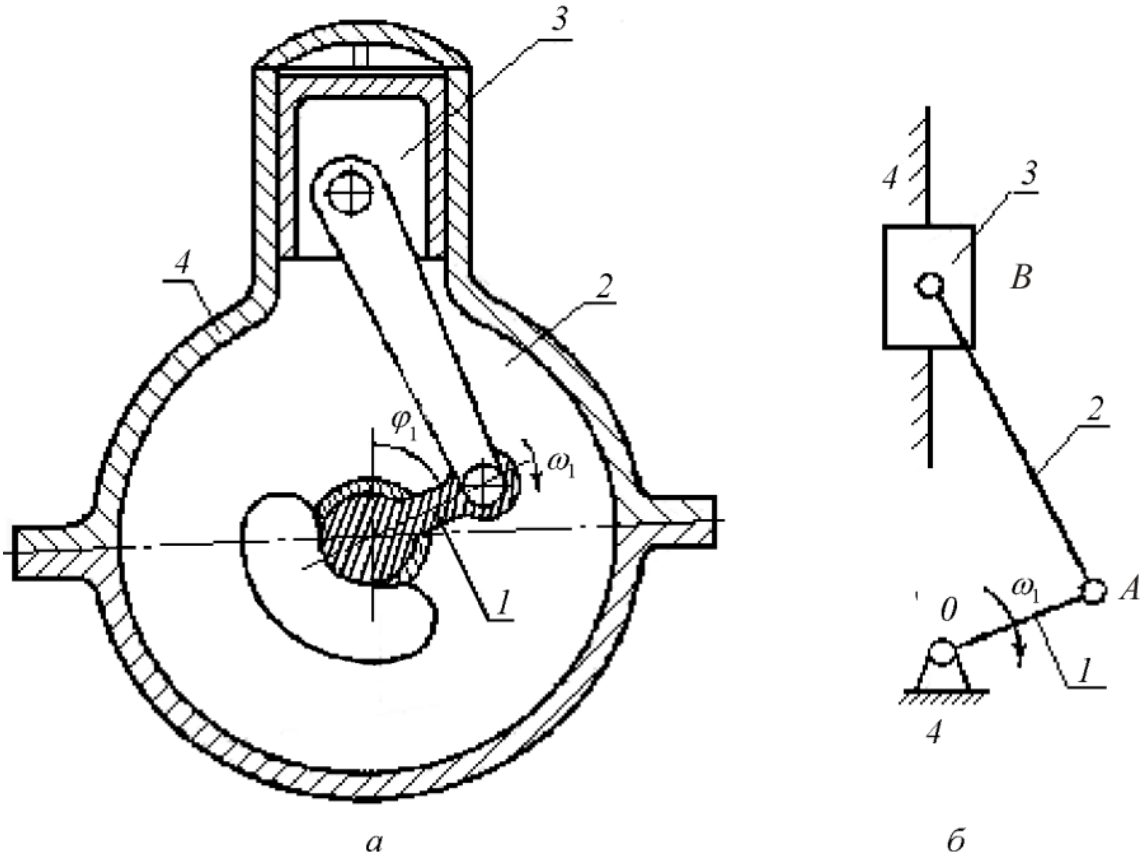


Рис. 1.5

У цьому механізмі рухомих ланок всього три, $n = 3$. Структурні формули КП:

$$[1-4]OV; \quad [1-2]OV; \quad [2-3]OV; \quad [3-4]ПV.$$

У даному механізмі число однорухомих КП $p_5 = 4$; число двохрухомих КП $p_4 = 0$. Визначаємо ступінь рухомості механізму по формулі Чебишева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \times 3 - 2 \times 4 = 1.$$

Отже, в механізмі є одна початкова група.

Розкладаємо механізм на групи Ассура. Відокремлюємо найdaleшу найпростішу групу із ланок 2 – шатун, 3 – повзун (рис. 1.6).

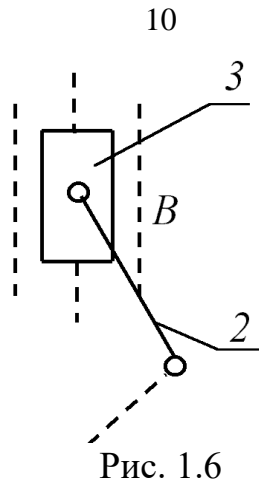


Рис. 1.6

У цей КЛ входять дві ланки і три КП: $[1-2]OV$; $[2-3]OV$ і $[3-4]IV$. Значить, $p_5=3$. Перевіряємо, чи є даний КЛ групою Ассура. Використовуючи умову

$$p_5 = \frac{3n}{2},$$

отримуємо тотожність $3 = 3$. Значить, це група нульової рухомості; її приєднання до ГПЛ не змінює рухомість механізму. Дана група, маючи два вільні повідці, є групою II класу.

Зображаємо залишений ланцюг – ГПЛ (рис. 1.7)

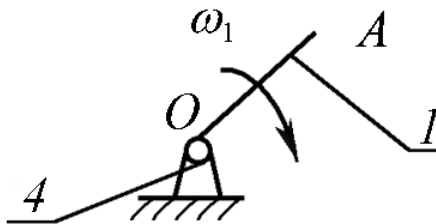


Рис. 1.7

Висновок: Механізм в цілому є механізмом II класу, за класом найвищої групи Ассура.

Лабораторна робота № 2

СТРУКТУРНИЙ СИНТЕЗ ВАЖІЛЬНОГО МЕХАНІЗМУ

Мета роботи: набути навичок складання кінематичних схем важільних механізмів, пошуку структурних дефектів схем по критеріях технологічності і експлуатації, формування критичного підходу при раціональному проектуванні.

Короткі теоретичні відомості

Основне завдання даної роботи - зрозуміти, що концепція руху ланок по схемі плоского механізму в реальному варіанті є неприйнятною. При невірному виборі структурної схеми в процесі експлуатації можливі заклинювання елементів кінематичних пар (КП), поява значних додаткових навантажень із-за перекосу, вигину, розтягування, часті відмови конструкції. Про неприйнятність плоскої схеми сигнал поступає вже на етапі аналізу. Багато механізмів мають таку структуру, що підрахунок ступеня рухомості приводить до парадоксу: розрахункова рухливість W виходить рівною нулю або навіть менше нуля.

Визначимо рухомість двоповзунного механізму (рис. 2.1), в якому повзуни контактують один з одним по площині Π . На (рис 2.1, а) показана фізична модель двохповзунного механізму, а на (рис. 2.1, б) - його схематичне зображення.

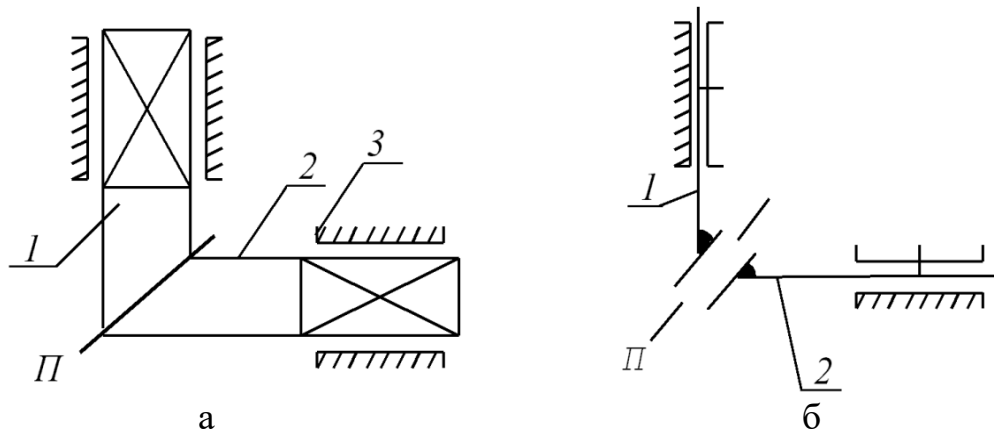


Рис. 2.1.

Очевидно, що переміщення вниз повзуна 1 повинно викликати рух управо повзуна 2, тобто, по логіці, рухомість повинна дорівнювати одиниці. Проте, розглядаючи механізм як плоский, по формулі Чебишева знаходимо

$$W = 3n - 2p_1 - p_2 = 3 \times 2 - 2 \times 3 = 0,$$

що немає сенсу.

Якщо розглядати механізм як просторовий (що є насправді, оскільки отвори в стійці для повзунів і самі повзуни неможливо виготовити без неточно-

стей - осі повзунів, строго кажучи, не компланарні), то для розрахунку W необхідно скористатися формулою Сомова - Малишева:

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1,$$

$$W = 6 \cdot 2 - 5 \cdot 2 - 3 \cdot 1 = -1 \quad (2.1)$$

де p_5, p_4, p_1 - число одно-, двух-, п'ятирухомих КП. У нашому прикладі $p_5 = 2$; $p_3 = 1$; $p_2 = p_4 = p_1 = 0$. Значить, це не механізм, а нерухома конструкція, один раз статично невизначна.

Проте суть полягає в тому, що ми маємо справу із зайвими обмеженнями, накладеними надмірними зв'язками (НЗ). Дійсно, якщо в плоскому варіанті однорухому КП [1-2] замінити двохрухомою з лінійним контактом, а в просторовому - п'ятирухомою з точковим контактом (рис. 2.2), то по тих же формулах відповідно маємо

$$W = 3 \times 2 - 2 \times 2 - 1 = 1;$$

$$W = 6 \times 2 - 5 \times 2 - 1 = 1.$$

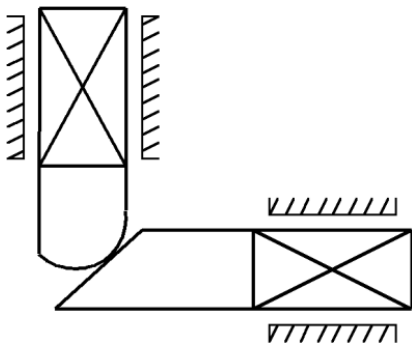


Рис. 2.2

тут $p_4 = 1$.

Щоб ліквідувати НЗ, необхідно правильно визначати КП в механізмі.

Наявність НЗ в механізмі вимагає підвищеної точності виготовлення елементів КП щоб уникнути їх деформацій. Останні викликають додаткові навантаження на ланки, збільшення сил тертя в КП, знос, зниження ККД.

Ускладнюється монтаж і демонтаж вузлів. Усунувши НЗ, можна понизити вимоги до точності виготовлення і, як наслідок, вартість виробу.

Спосіб компенсації за рахунок збільшення зазорів в рухомих з'єднаннях не вважається ефективним, оскільки це веде до додаткових прискорень, ударів, вібрації, шуму. Неправильно структуровані механізми вимагають приробки КП, так званої обкатки.

У правильно спроектованому механізмі помилки розмірів ланок не викликають додаткових напружень, реакції залежать тільки від навантаження, а не від деформації. Елементи КП в новому механізмі стикаються за всією площею. Цінною властивістю цих механізмів є самоустановивність ланок - під дією навантаження вони знаходять положення, відповідні найменшому напруженому стану. Механізми без НЗ надійні в роботі, витримують великий термін роботи.

У приведеному прикладі спроба реалізувати механізм по плоскій схемі із-за неперпендикулярності і некомпланарності осей КП [1-3] і [2-3] приводить до точкового контакту. У силовому пристрої точковий контакт - джерело неприпустимих контактних напружень, задирів металу, що призводять до зупинки. Якщо потрібно скошений торець повзуна 1 виконати по сфері, значить, що потрібно замінити КП [1-2] на п'ятирухома з точковим контактом. Тепер вказані ві-

дхилення осей не приведуть до точкового контакту і механізм працюватиме з самого початку його завантаження. Інакше потрібне тривале прироблення КП [1-2], що забезпечує поступовий беззадірний знос до стану щільного зіткнення повзунів.

Схему механізму, що характеризується тільки необхідними рухомостями ланок для забезпечення заданого числа ступенів рухомості W без НЗ, називають основним, або схемою з оптимальною структурою механізму [1]. Для синтезу основної структурної схеми механізму використовують вираз

$$W = 6n + q - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1, \quad (2.2)$$

де q - число НЗ в механізмі. При $q = 0$ механізм вважають статично визначною системою. У загальному випадку розв'язок рівняння (2.2) неможливий, оскільки невідомі W і q . Проте якщо W , рівне числу узагальнених координат, відоме, то з виразу (2.2) можна визначити кількість НЗ:

$$q = W - 6n + \sum_{i=1}^5 (6-i)p_i, \quad (2.3)$$

тобто вирішити питання про статичну визначність механізму або, знаючи, що механізм статично визначний, перевірити W .

Порядок виконання роботи

1. По даній моделі відповідно до стандарту (ГОСТ 2770-68) зобразити кінематичну схему механізму. Пронумерувати ланки і назвати, написати структурні формули КП.
2. Розрахувати ступінь рухомості механізму по формулі Чебишева.
3. Перевірити ступінь рухомості механізму по формулі (2.1), вважаючи механізм просторовим.
4. Вважаючи W відомим параметром (розрахованим по формулі Чебишева), визначити число НЗ.
5. Замінюючи однорухомі КП, отримати ряд схем механізму без надмірних зв'язків. Перевірити W по формулі (2.1).
6. Проаналізувавши отримані варіанти з погляду технологічності і працездатності, встановити основну схему, схему з оптимальною структурою.
7. Оформити звіт.

Контрольні питання

1. Чим відрізняється просторовий механізм від плоского?
2. Що розуміється під терміном «умова зв'язку»?
3. Зобразити схематично і конструктивно КП всіх можливих ступенів рухомості.

4. Скільки ступенів рухомості набуває однорухома КП при її заміні на двух-, три-, чотирьох-, п'ятирухому КП?
5. Чому формула Чебишева може давати невірний результат?
6. Що називається надмірним зв'язком?
7. Чому важливо проектувати механізм з оптимальною структурою?

Зміст звіту

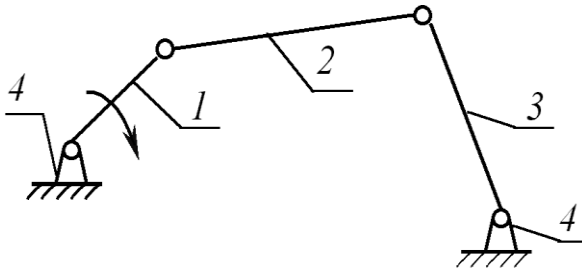


Рис. 2.3

1. Зображаємо кінематичну схему механізму (рис. 2.3).

Нумеруємо ланки і називаємо їх: 1 - кривошип; 2 - шатун; 3 - коромисло; 4 - стійка. Записуємо структурні формули КП: $[1-4]OV$; $[1-2]OV$; $[2-3]OV$; $[3-4]OV$. Таким чином, в механізмі є 3 рухомих ланки ($n = 3$) і чотири однорухомих КП ($p_5 = 4$).

2. Визначаємо рухливість механізму по формулі Чебишева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \times 3 - 2 \times 4 = 1.$$

3. Перевіряємо рухливість механізму, вважаючи, що він виготовлений з погрішностями (непаралельність осей) і його не можна вважати плоским:

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 = 6 \times 3 - 5 \times 4 = -2.$$

Цей результат указує на те, що ми маємо не механізм, а ферму, двічі статично невизначну.

4. Знаходимо число надмірних зв'язків в КП по формулі (2.3):

$$q = W - 6n + 5p_5 = 1 - 6 \times 3 + 5 \times 4 = 3.$$

5. Модифікація КП.

Варіант 1. Додаємо три рухливості (число, рівне q) так, що маємо нові КП: $KП[1-2]OIII$ і $KП[2-3]OIII$ (рис. 2.4).

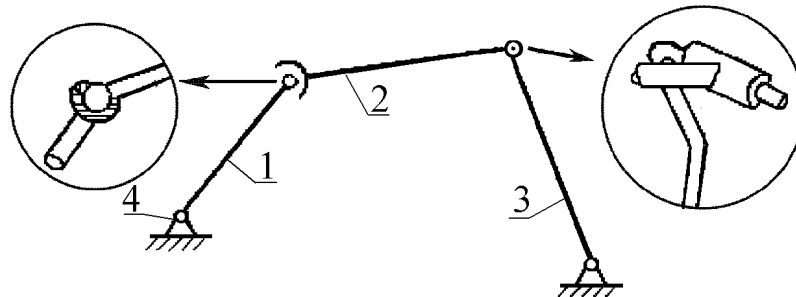


Рис. 2.4

Перевіряємо рухливість:

$$W = 6 \times 3 - 5 \times 2 - 4 \times 1 - 3 \times 1 = 1.$$

Варіант 2. Три КП мають подвійну рухомість (рис. 2.5).

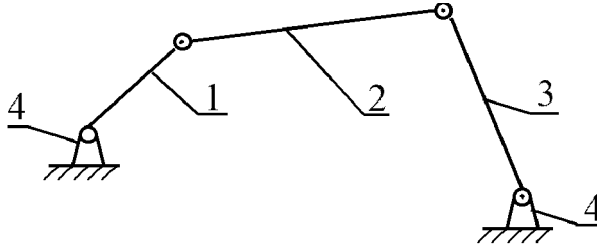


Рис. 2.5

Перевіряємо рухомість механізму:

$$W = 6 \times 3 - 5 \times 1 - 4 \times 3 = 1.$$

Варіант 3. Замінюємо КП [1-2] на сферичний шарнір, КП[2-3] - на шарнір Гука (рис. 2.6).

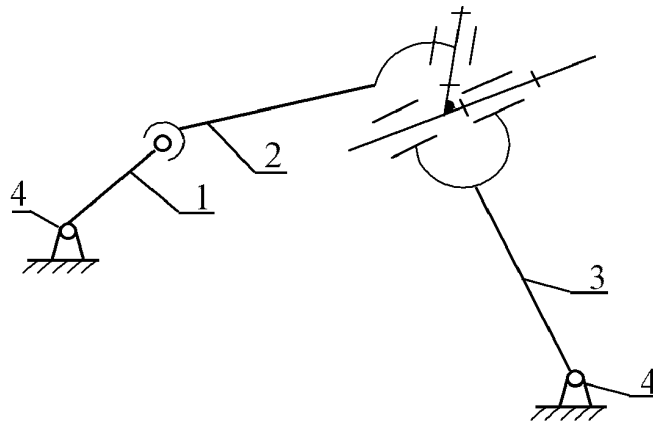


Рис. 2.6

Перевіряємо рухливість механізму:

$$W = 6 \times 3 - 5 \times 2 - 3 \times 1 - 4 \times 1 = 1.$$

6. Як основна схему приймаємо варіант 3 як найбільш технологічний і надійний в роботі. Варіанти 1 і 2 мають істотні недоліки: із-за великих кутів тиску може бути заїдання по напрямку поступального переміщення в КП ОП II.

Лабораторна робота № 3

КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ЗУБЧАТИХ МЕХАНІЗМІВ

Мета роботи: навчитися визначати передаточне відношення простих і складних зубчатих механізмів.

Короткі теоретичні відомості

Основним кінематичним показником зубчатого механізму є передаточне відношення. Передаточним відношенням називають відношення кутової швидкості ведучої ланки до кутової швидкості веденої ланки механізму. Так, для зубчатого механізму, складеного із стояка і двох коліс (рис. 3.1), передаточне відношення

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = -\frac{z_2}{z_1}, \quad (3.1)$$

де $\omega_1, \omega_2, n_1, n_2$ - кутові швидкості (*рад/с*) і частота обертання (*об/хв*) відповідно колеса 1 і колеса 2; z_1 і z_2 - числа зубів коліс 1 і 2.

Знак мінус у формулі (3.1) вказує на протилежність напрямку обертання при зовнішньому зачепленні циліндричних зубчатих коліс 1 і 2.

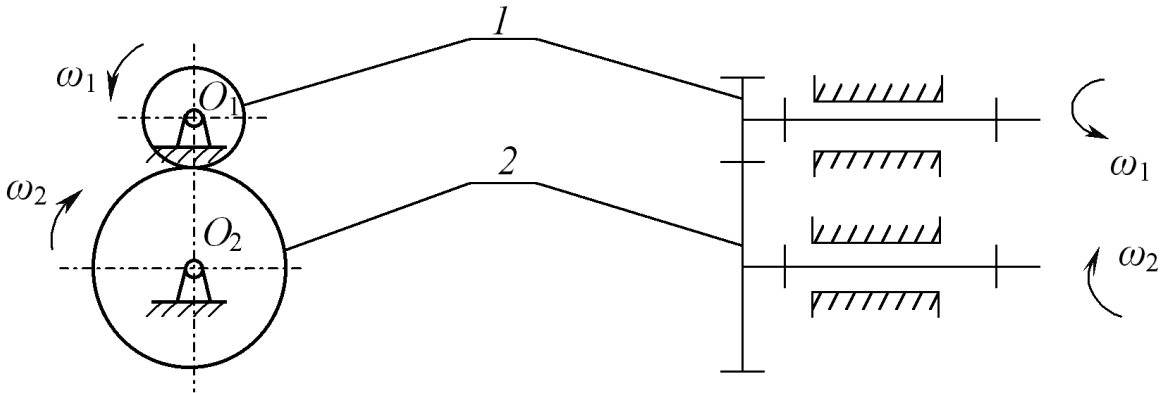


Рис. 3.1

При внутрішньому зачепленні (рис. 3.2) передаточне відношення

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

Тут знак плюс указує на однаковий напрям обертання ланок.

Передаточне відношення конічних і черв'ячних передач записують без урахування напрямку обертання зубчатих коліс (рис. 3.3, а, б):

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

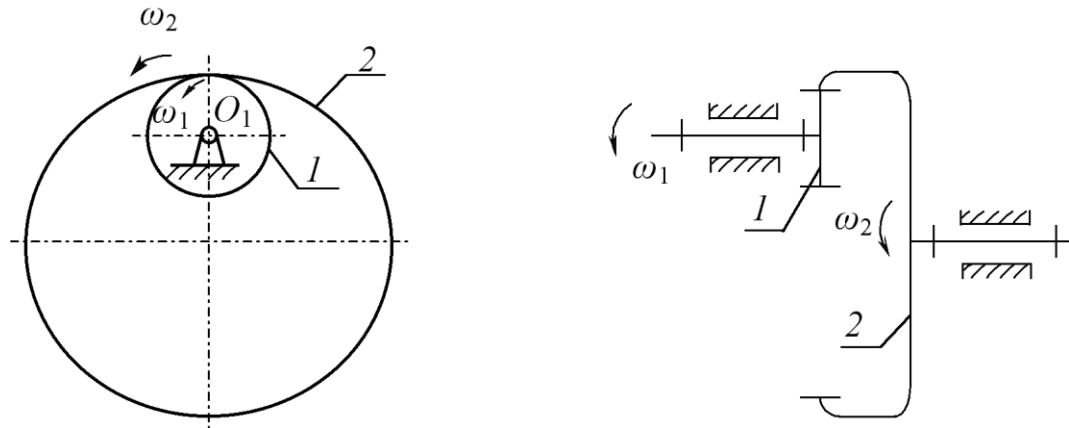


Рис. 3.2

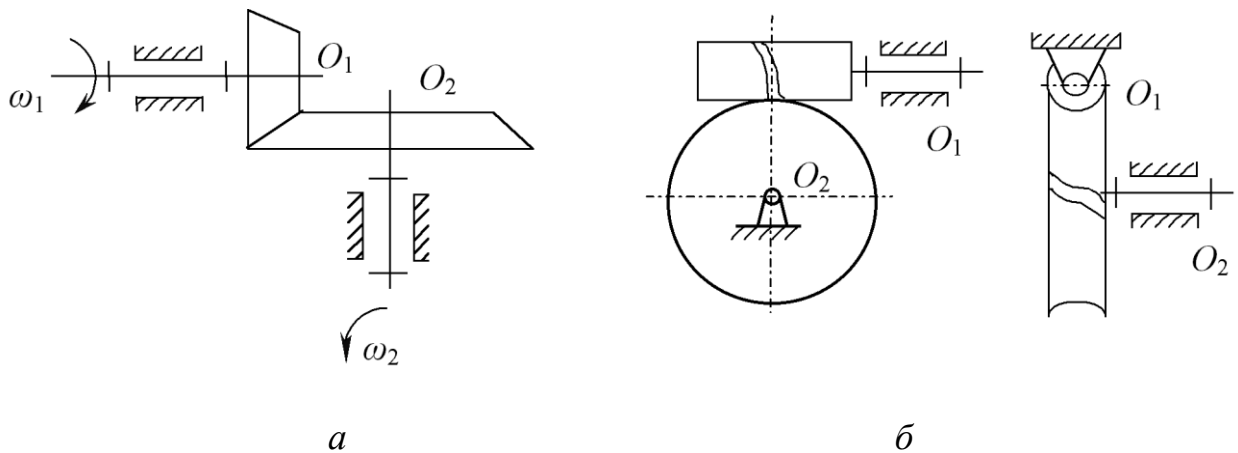


Рис. 3.3

У черв'ячній передачі z_1 називають числом заходів черв'яка. Загальне передаточне відношення простого зубчатого механізму з нерухомими осями зубчатих коліс рівне добутку передаточних чисел ступенів зачеплення, що входять в механізм. Так, для простого зубчатого механізму, показано на схемі (рис. 3.4), передаточне відношення

$$u_{15} = \frac{\omega_1}{\omega_5} = u_{12} \cdot u'_{23} \cdot u'_{34} \cdot u'_{45}, \quad (3.2)$$

де передаточні відношення ступенів зачеплення

$$u_{12} = -\frac{z_2}{z_1}; \quad u_{2'3} = \frac{z_3}{z_{2'}}; \quad u_{3'4} = -\frac{z_4}{z_{3'}}; \quad u_{45} = -\frac{z_5}{z_4}.$$

Підставивши останні у формулу (3.2), отримаємо вираз загального передаточного відношення даного механізму:

$$u_{15} = - \frac{z_2 \cdot z_3 \cdot z_5}{z_1 \cdot z_2' \cdot z_3'} \quad (3.3)$$

Тут знак мінус вказує, що ведуча ланка 5 обертається в протилежному напрямі по відношенню до обертання веденої ланки 1. У формулі (3.3) відсутній z_4 . Це означає, що кількість зубів колеса 4 не впливає на загальне передаточне відношення механізму. Дане зубчате колесо називається паразитним. У ряді випадків паразитне колесо є корисним: забезпечує зміну напрямку обертання і збільшення міжосьової відстані.

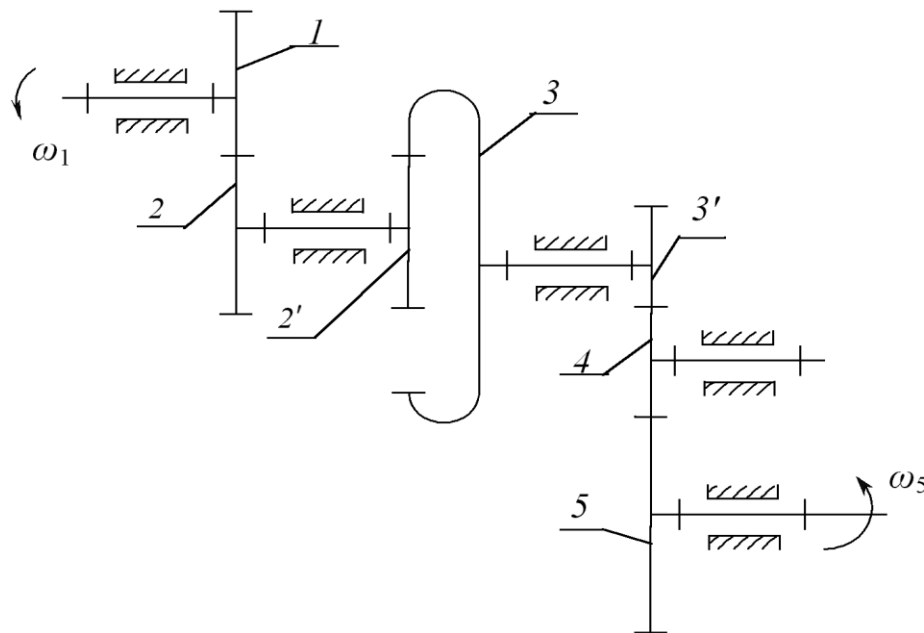


Рис. 3.4

Складним зубчатим механізмом називають такий механізм, в якому є хоч би одне зубчате колесо, вісь якого здійснює рух в просторі. Передаточне відношення складного зубчатого механізму визначають по формулі Віліса. Розглянемо приклад механізму, представленого на схемі (рис. 3.5).

Формула Віліса визначає передаточне відношення між центральними колесами 1 і 3 при оберненому русі водила H :

$$u_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} \quad (3.4)$$

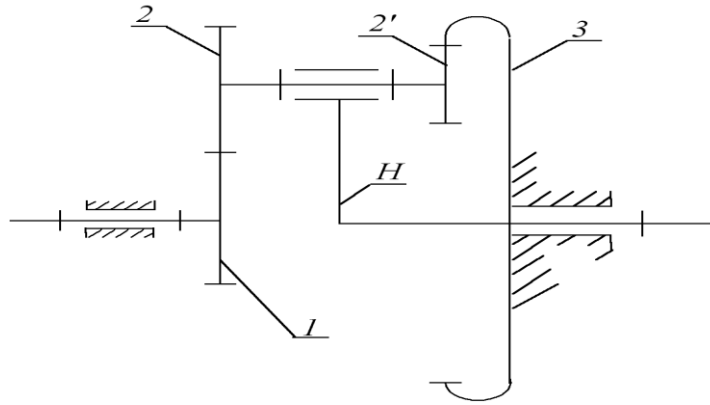


Рис. 3.5

Для з'ясування роботи складного механізму слід розрізнити його ланки по їх функціональній приналежності: 1 - центральне колесо; $2-2'$ - блок сателітів; 3 - центральне колесо; H - водило.

Скористаємося формулою (3.4). Передаточне відношення $u_{1H}^{(3)}$ між центральними колесами

$$u_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - u_{1H}^{(3)}$$

звідки $u_{1H}^{(3)} = 1 - u_{13}^{(H)}$

де

$$u_{13}^{(H)} = u_{12}^{(H)} \cdot u_{2'3}^{(H)} = -\frac{z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_{2'}}$$

Кінцево отримаємо $u_{1H}^{(3)} = 1 + \frac{z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_{2'}}$.

Порядок виконання роботи

1. Для заданого зубчастого механізму або моделі зобразити схему.
2. Пронумерувати зубчасті колеса. Встановити тип механізму (простий, складний). Охарактеризувати зубчасті колеса (блоки коліс, ведучі, ведені, центральні, сателіти і т. п.).
3. Вивести в аналітичному вигляді формулу передаточного відношення згідно отриманої схеми.

4. Підрахувати числа зубів коліс і розрахувати загальне передаточне відношення механізму аналітичним методом.
5. Розрахувати передаточне число кінематичним способом по формулі $u_{1n} = NI$, де NI - число оборотів провідного зубчатого колеса за умови, що n -е відоме колесо зробило один повний оборот.
6. Порівняти значення u_{1n} . Оцінити відносну похибку. Похибки, що припускається, не повинна перевищувати 5 %.
7. Скласти звіт по роботі.

Контрольні питання

1. Однією парою циліндрових зубчастих коліс не прийнято реалізовувати великі передаточні відношення, наприклад 4. Приведіть цьому обґрунтування.
2. Які механізми називають диференціальними?
3. Чим відрізняється складний зубчастий механізм від простого?
4. Яким чином планетарний механізм можна представити простим зубчастим механізмом?
5. Назвіть корисні функції паразитного колеса.

Зміст звіту

1. Схема зубчатого механізму з позначеннями коліс:
2. Формула передаточного відношення:

$$u_m =$$
3. Числа зубців коліс:

$$Z_1 =$$

$$Z_2 =$$

$$\dots$$

$$Z_n =$$
4. Передаточне відношення, визначене аналітично:

$$u_{1n}^a =$$
5. Число оборотів ведучого зубчатого колеса N_1 при одному повному обороті веденого:
6. Похибка:

$$\delta = \frac{u_{1n}^k - u_{1n}^a}{u_{1n}^a} \cdot 100\% \leq 5\%.$$

Лабораторна робота № 4

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ТЕРТЯ КОЧЕННЯ

Мета роботи: вивчити метод визначення коефіцієнта тертя кочення на установці, що дозволяє відстежувати амплітуду затухаючих коливань тіла, що котиться.

Короткі теоретичні відомості

При перекочуванні одного твердого тіла по іншому виникає опір, який називається тертям кочення. Тертям кочення є складне фізико-механічне явище. Спрощено це явище можна описати так. Розглянемо колесо радіусу R і маси Q , що покоїться на горизонтальній площині (рис. 4.1). Прикладемо до осі колеса силу, що не перевищує по величині граничну силу тертя $\vec{F}_{тр}$. Тоді в точці контакту A виникає сила тертя, чисельно рівна, така, що перешкоджає ковзанню колеса по площині. Нормальна реакція \vec{N} теж прикладена в точці A . Тому необхідно вважати, що $\vec{N} = Q$, а сили \vec{P} і \vec{F} утворюють пару, що викликає кочення колеса.

При цьому очевидно, що кочення повинне початися під дією будь-якої, скільки завгодно малої сили \vec{P} .

Проте на практиці це виглядає інакше. В наслідок дотику їх відбувається деформації на деякій площадці в зоні AB (рис. 4.2). При дії сили \vec{P} інтенсивність тиску у зоні A убуває, а у зоні B – зростає. В результаті реакція \vec{N} виявляється зміщеною у бік дії сил, із збільшенням якої зсув росте до певної величини K (рис. 5.2).

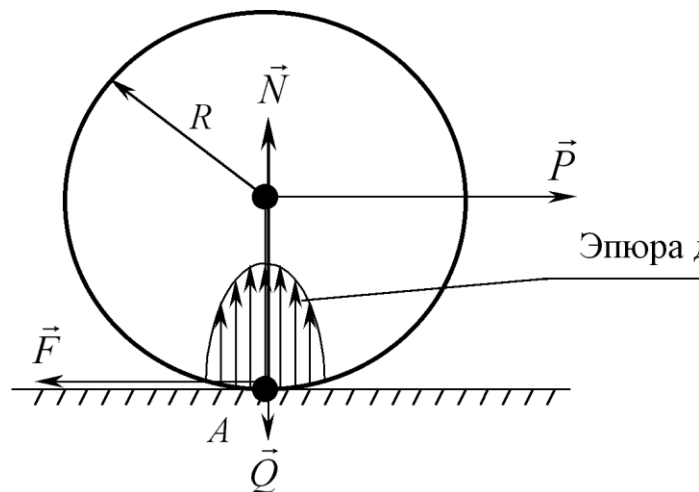


Рис. 4.1

В кінці першого циклу пробігу залишок ПЕ визначений:

$$\Pi_0 = Qh_1 = Q(R-r)(1 - \cos \varphi'_0),$$

а зміна ПЕ

$$\Delta\Pi = \Pi_0 - \Pi_1 = 2Q(R-r) \left(\sin^2 \frac{\varphi_0}{2} - \sin^2 \frac{\varphi'_1}{2} \right). \quad (4.2)$$

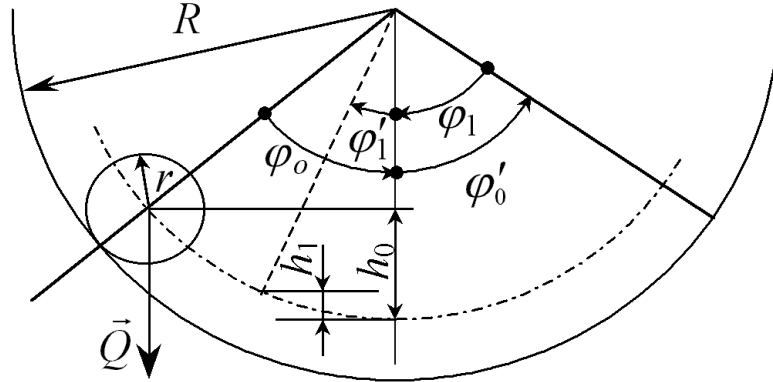


Рис. 4.3

Розглянемо тільки малі коливання, при яких відсутнє просковзування ($\varphi_0 \leq \arctan f_0$, де f_0 – коефіцієнт тертя ковзання спокою). В цьому випадку можна прийняти $\sin \varphi/2 \approx \varphi/2$, а формулу (4.2) можна представити у вигляді

$$\Delta\Pi = \frac{Q(R-r)}{2} (\varphi_0^2 - \varphi_1'^2).$$

Кут обертання кулі $\psi = (R/r) \cdot \varphi$, отже, відповідно позначеним на рис. 5.3 кутам φ можна мати на увазі кути ψ_0, ψ'_0, ψ_1 и ψ'_1 кочення кулі. Тоді втрату ПЕ, викликану роботою сил тертя кочення за один цикл, можна виразити формулою

$$\Delta\Pi = QK(\psi_0 + \psi'_0 + \psi_1 + \psi'_1) = QK \frac{R}{r} (\varphi_0 + \varphi'_0 + \varphi_1 + \varphi'_1). \quad (4.3)$$

Враховуючи, що $\varphi'_0 = \varphi_0 - \Delta\varphi$, $\varphi_1 = \varphi'_1 + \Delta\varphi$, де $\Delta\varphi$ – величина зменшення кута коливання за півперіод, формула (5.3) спрощується:

$$\Delta\Pi = 2QK \frac{R}{r} (\varphi_0 + \varphi'_1). \quad (4.4)$$

Прирівнюючи праві частини (4.2) і (4.4), отримуємо

$$K = 0,25r \left(1 - \frac{r}{R}\right) (\varphi_0 - \varphi'_1).$$

Вважаючи, що $\varphi_0 - \varphi'_1 = 2\Delta\varphi$ – є зміна кутової амплітуди коливань за один повний цикл, отримуємо формулу

$$K = 0,5r \left(1 - \frac{r}{R}\right) \Delta\varphi. \quad (4.5)$$

У разі N числа повних коливань необхідно помножити ліву і праву частини (4.5) на $2N$. Приймаючи повну зміну кутової амплітуди $2N\Delta\varphi = \Sigma\Delta\varphi$, отримуємо вираз

$$K = \frac{r}{4N} \left(1 - \frac{r}{R}\right) \Sigma\Delta\varphi.$$

Очевидно, що $\Sigma\Delta\varphi = \varphi_0 - \varphi_N$, где φ_N – амплітуда N -го коливання. Якщо враховувати число N до повної зупинки кулі, то розрахункова формула для коефіцієнта тертя кочення прийме вигляд

$$K = \frac{r}{4N} \left(1 - \frac{r}{R}\right) \varphi_0, \quad (4.6)$$

де φ_0 – початковий кут в радіанах.

Порядок виконання роботи

1. По довідковій літературі залежно від матеріалу встановити граничну величину коефіцієнта ковзання f_0 для пари кільце – куля.
2. Визначити граничний кут φ первинного відхилення кулі по обоймі: $\varphi_0 = \arctg f_0$.
3. Встановити обойму на горизонтальній площині столу, відхилити кулю на кут φ_0 і без поштовху відпустити.
4. Відлічити число N повних циклів коливань кочення кулі в обоймі до його повної зупинки.
5. По формулі (4.6) розрахувати значення коефіцієнта тертя кочення.
6. Отримане значення порівняти з довідковими даними для даної пари матеріалу.
7. Оформити звіт.

Контрольні питання

1. Що називається коефіцієнтом тертя кочення?
2. Чому прагнуть, де це можна, замінити кінематичні пари ковзання кінематичними парами кочення?
3. Чому в даній роботі не можна початковий кут відхилення задавати більше значення $\arctg f_0$?
4. Яким можна чекати уточнене значення K , якщо врахувати додатковий опір на кулю повітряного середовища?
5. У яку сторону можна чекати корекції значення K , якщо у формулі (4.6) врахувати дію сили інерції?

Зміст звіту

1. Коефіцієнт ковзання пари кільце – куля :

$$f_0 =$$

2. Граничний кут φ_0 :

$$\varphi_0 =$$

3. Число повних циклів коливань кочення кулі:

$$N =$$

4. Значення коефіцієнта тертя кочення, отримане експериментально:

$$K =$$

5. Порівняння експериментального коефіцієнта тертя з типовим з довідкової літератури:

$$K_C =$$

$$\delta = \frac{|K - K_C|}{K_C} \cdot 100\% =$$

Лабораторна робота № 5

ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС

Мета роботи – ознайомитися з практичними методами визначення основних параметрів зубчастих коліс.

Короткі теоретичні відомості

Основними параметрами зубчастого колеса з евольвентним профілем зубів є: модуль m , число зубів z , кут зачеплення α , величина зміщення інструментальної рейки при нарізуванні зубчастого колеса. Число зубів, діаметри кіл вершин і западин зубів можна зміряти безпосередньо, решту параметрів обчислюють в результаті розрахунку.

Підраховувавши число зубів z , неважко визначити модуль зачеплення, використовуючи властивість евольвенти – нормаль в будь-якій точці евольвенти є дотичною до основного кола. Тому при обхваті декількох зубів колеса губками штангенциркуля (розмір AB , рис. 7.1) лінія AB буде дотичною до основного кола і нормальною до профілів зубів.

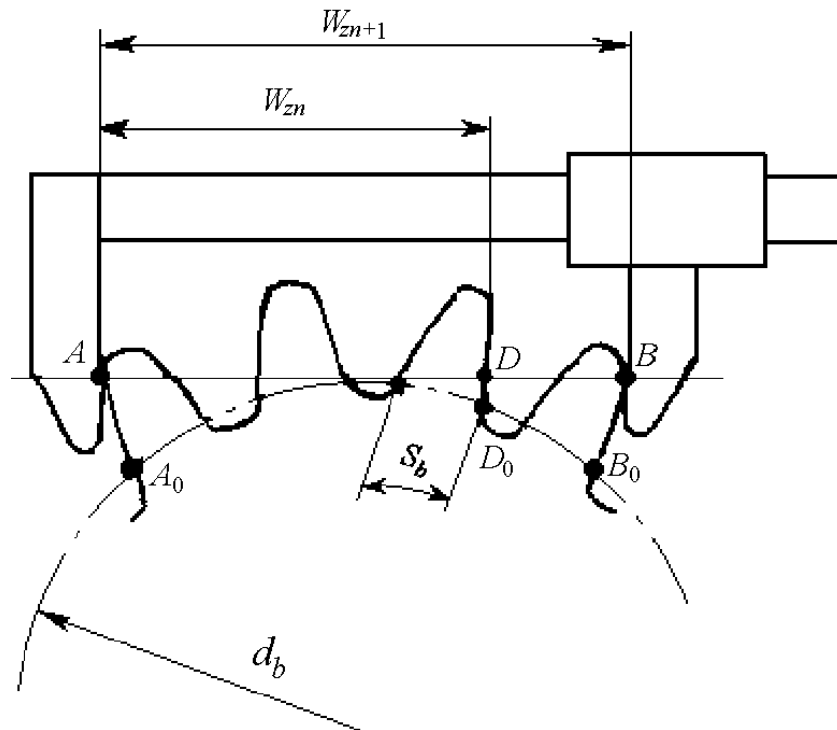


Рис. 5.1

Якщо відрізок AB котити по основному колу, то по властивості евольвенти точка A прийде в точку A_0 , точка B – в точку B_0 і точка D – в точку D_0 . Тоді

$$DB = D_0 \overset{\cup}{B_0} = p_b.$$

Таким чином, змірявши спочатку довжину загальної нормалі W_{zn} , відповідної z_n – зубам, а потім розмір W_{zn+1} , охопивши губками штангенциркуля на один зуб більше, крок по основному колу визначимо як різниця двох вимірювань:

$$p_b = W_{zn+1} - W_{zn}. \quad (5.1)$$

Цей вираз дійсний тільки у тому випадку, коли губки штангенциркуля доторкаються до евольвентної частини профілю зубів.

Щоб не виникло інше, необхідно правильно вибрати z_n (табл. 5.1).

Таблиця 5.1

Число зубів колеса	12–18	19–27	28–36	37–45	46–54	55–63	64–72	73–81
z_n	2	3	4	5	6	7	8	9

Модуль зачеплення визначимо по формулі

$$m = \frac{p_b}{\pi \cos \alpha} = \frac{W_{zn+1} - W_{zn}}{\pi \cos \alpha}. \quad (5.2)$$

Отримане значення модуля порівняємо із стандартним (табл. 5.2) і приймемо його найближче значення.

Таблиця 5.2

$m, \text{мм}$	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00	3,25
$P_b, \text{мм}$	5,904	6,642	7,380	8,818	8,856	9,954
$m, \text{мм}$	3,50	3,75	4,00	4,50	5,00	5,50
$P_b, \text{мм}$	10,33,	11,07	11,808	13,28	14,76	16,84

По уточненому значенню модуля розрахуємо кроки зачеплення по дільному і основному колах. Для визначення величини зміщення при нарізуванні зубчастого колеса інструментальною рейкою необхідно зміряти товщину зуба по основному колу, порівняти результат з розрахунковим значенням тієї ж товщини зуба для нульового колеса і знайти коефіцієнт зсуву інструментальної рейки:

$$x = \frac{S_b - S_b^0}{2m \cdot \sin \alpha}, \quad (5.3)$$

де $S_b = W_{zn+1} - z_n p_b$ – товщина зуба по основному колу даного колеса; $S_b^0 = m \cdot (\pi + z \cdot \text{inv} \alpha) \cos \alpha$ – товщина зуба по колу зубчастого колеса, нарізаного при $x = 0$; $\alpha = 20^\circ$; $\text{inv} 20^\circ = 0,0149$.

При проведенні обміру зубчастих коліс необхідно зміряти також діаметри кіл виступів d_a и впадин d_f .

Якщо число зубів шестерні z парне, то обидва діаметри можуть бути безпосередньо заміряні штангенциркулем (рис. 5.2, а) При непарному числі зубів вимірювання проводиться по схемі, зображеній на рис. 5.2,б.

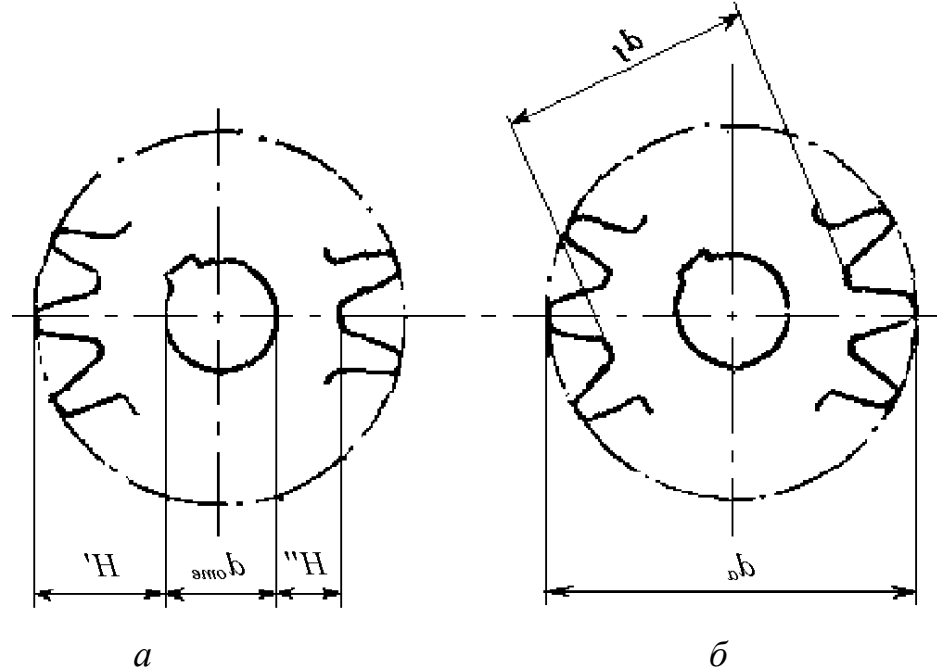


Рис. 5.2

Для визначення діаметру кола виступів вимірюється діаметр отвору шестерні ($d_{омв}$) и розмір H' . Тоді діаметр кола виступів

$$d_a = d_{омв} + 2H'.$$

Абсолютно аналогічно вимірюється діаметр кола впадин:

$$d_f = d_{омв} + 2H''.$$

Знаючи діаметр кола виступів, можна визначити коефіцієнт висоти зуба нульового колеса:

$$h_a^* = \frac{d_a - m z}{2m}.$$

Для проведення цієї роботи необхідно мати набір зубчастих коліс різних модулів і з різною кількістю зубів і вимірювальний інструмент – штангенциркуль.

Порядок виконання роботи

1. Підрахувати число зубів колеса z .
2. По табл. 5.1 визначити число зубів z_n , які слід охопити штангенциркулем.
3. Заміряти штангенциркулем W_{z_n} і W_{z_n+1} (рис. 5.1). Для більшої точності заміряти потрібно тричі на різних ділянках зубчатого вінця. Остаточні значення W_{z_n} і W_{z_n+1} є середньоарифметичне трьох вимірів. По (5.1) визначити величину кроку p_b по основному колу.

4. По (5.2) знайти модуль зачеплення в мм, округлити його величину до найближчого стандартного значення згідно табл. 5.2. У формулі 5.2 кут початкового контуру $\alpha = 20$.

5. Враховуючи, що є колеса з кутом $\alpha = 15$, виконати перевірочний розрахунок модуля по виразу

$$m = \frac{d_a}{z + 2},$$

змірявши діаметр d_a кола вершин.

6. Заміряти d_f діаметр кола западин.

Примітка: d_a і d_f при парному числі z зміряти штангенциркулем (рис. 5.2), при непарному числі знайти відповідно до рис. 5.3 по формулах:

$$d_a = d_{омв} + 2H',$$

$$d_f = d_{омв} + 2H''.$$

7. Визначити:

а) крок по ділильному колу

$$P = \pi m,$$

б) діаметр ділильного кола

$$d = m z,$$

в) діаметр основного кола

$$d_b = d \cos \alpha ,$$

г) ділильну висоту головки зуба

$$h' = \frac{d_a - d}{2} ,$$

д) ділильну висоту зуба

$$h'' = \frac{d - d_f}{2} ,$$

е) коефіцієнт висоти головки зуба

$$p_a^* = \frac{h'}{m} ,$$

ж) товщину зуба по основному колу

$$S_b = W_{Z_{n+1}} - Z_n P_b .$$

8. По формулі (5.3) розрахувати коефіцієнт зміщення x початкового контуру, з яким нарізувалося дане колесо.

9. Визначити товщину зуба по основному колу:

$$S = m \left(\frac{\pi}{2} + 2x \cdot \operatorname{tg} \alpha + z \cdot \operatorname{inv} \alpha \right) \cos \alpha$$

Контрольні питання

1. Що таке модуль зубчастого колеса?
2. Як визначити крок зубчастого колеса?
3. Дати поняття основного і ділильного кіл?
4. Яка залежність між числом зубів і діаметром зубчастого колеса?
5. Що називається коефіцієнтом зміщення початкового контуру?
6. Як змінюються основні параметри зубчастого колеса при зміщенні початкового контуру?

Зміст звіту

1. Число зубів $z =$
2. Визначення кроку і модуля зачеплення

Схема вимірювання

	№ вимір.	$W_{z_{n+1}}$	W_{z_n}	
	1			$z_n^* =$
	2			
	3			
	Середн.			

* число z_n – вибирається по табл. 5.1

Крок зачеплення по основному колу $p_b = W_{z_{n+1}} - W_{z_n} =$ мм.

Модуль $m = \frac{P_b}{\pi \cdot \cos \alpha} =$ мм.

Модуль, уточнений по табл. 5.2, $m =$ мм.

Крок зачеплення по ділильному колу $p = \pi \cdot m =$ мм.

Крок по основному колу (уточнений) $p_b = p \cdot \cos \alpha =$ мм.

3. Діаметр ділильного кола $d = m z =$ мм.

4. Діаметр основного кола $d_b = d \cdot \cos \alpha$ мм.

5. Визначення дійсної товщини
зуба по основному колу $S_b = W_{z_{n+1}} - z_n \cdot p_b =$ мм.

6. Розрахунок товщини зуба по основному колу нульового колеса

$$S_b^0 = m \left(\frac{\pi}{2} + z \cdot \operatorname{inv} \alpha \right) \cdot \cos \alpha = \text{мм.}$$

7. Визначення коефіцієнта зсуву, $x = \frac{S_b - S_b^0}{2m \cdot \sin \alpha} =$ мм.

$$0 \leq |x| \leq 1$$

8. Визначення товщини зуба по основному колу

$$S_b = m \left(\frac{\pi}{2} + 2x \cdot \operatorname{tg} \alpha + z \operatorname{inv} \alpha \right) \cdot \cos \alpha = \text{мм.}$$

9. Визначення діаметрів кіл виступів d_a і впадин d_f колеса:

№ вимір.	$d_{отв}$	H'	d_a	H''	d_f	Розрахункові формули при непарному числі z
1						
2						
3						
Середнє						

10. Враховуючи, що є колеса з кутом $\alpha=15^\circ$, у п. 2 виконати перевірочний розрахунок модуля по виразу

$$m = \frac{d_a}{z+2}.$$

11. Визначення коефіцієнта висоти головки зуба нульового колеса.

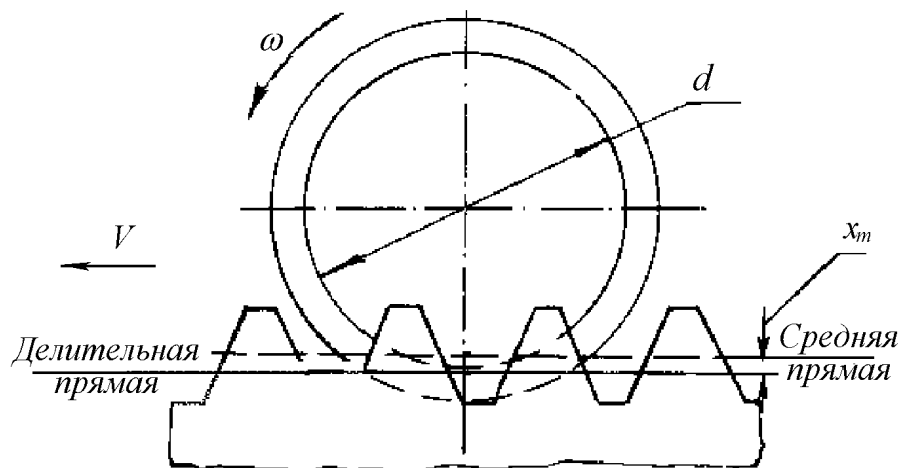
Лабораторна робота № 6
ПОБУДОВА ЕВОЛЬВЕНТНИХ ЗУБЦІВ
МЕТОДОМ ОБКАТКИ ІНСТРУМЕНТАЛЬНОЮ РЕЙКОЮ

Мета роботи – ознайомитися з методами практичного отримання евольвентних профілів зубів зубчастих коліс.

Короткі теоретичні відомості

Для нарізування евольвентних зубчастих коліс використовується рейковий інструмент, оскільки профіль зуба рейки є прямою лінією. У процесі обкатки заготовки зубчастою рейкою деяка пряма рейки (паралельна її середній прямій і названа ділильною) перекочується без ковзання по ділильному колу колеса, що нарізується (рис. 6.1).

Відстань x_m (мм) між середньою і ділильною прямими інструментальної рейки називається абсолютним зсувом (зміщенням) рейки.



Мал. 6.1

Відношення абсолютного зсуву рейки до її модуля називається відносним зміщенням рейки x :

$$x = x_m / m.$$

В залежності від положення ділильної прямої на рейці можна виготовити наступні види зубчастих коліс:

- 1) нульові, нарізані без зміщення рейки ($x = 0$);
- 2) додатні, нарізані із зміщенням $+x$ (у цьому випадку інструмент зміщують від осі заготовки);

3) від'ємні, нарізані із зміщенням $-x$ (при цьому інструмент зміщують до осі заготовки).

Нарізування коригованих зубчастих коліс з різними по величині зміщеннями приводить до зміни параметрів коліс і дозволяє отримувати різні якісні показники зачеплення.

При нарізуванні нульових зубчастих коліс з числом зубів менше 17 частка зуба зрізається інструментом. При цьому зменшується товщина зуба в його ніжці. Це явище називається підрізуванням зуба. Мінімальна величина відносного зміщення x , що забезпечує відсутність підрізування, знаходиться по залежності

$$x_{min} = \frac{17 - z}{17}, \quad (6.1)$$

де z – число зубів колеса, що нарізується.

Основні параметри колеса визначають по наступних формулах:

а) діаметр ділительного кола

$$d = mz; \quad (6.2)$$

б) діаметр основного кола

$$d_b = d \cos \alpha; \quad (6.3)$$

в) крок по ділительному колу

$$p = \pi m; \quad (6.4)$$

г) крок по основному колу

$$p_b = p \cdot \cos \alpha; \quad (6.5)$$

д) діаметр вершин зубів

$$d_a = d + 2m \cdot (1 + x); \quad (6.6)$$

е) товщина зуба по ділительному колу

$$S = m \left(\frac{\pi}{2} + 2x \cdot \operatorname{tg} \alpha \right). \quad (6.7)$$

Практична частина

Будова установки

Вплив зміщення інструменту на форму профілю зуба вивчають на приладі ТММ-42, що імітує нарізування зубів за допомогою інструментальної рейки (рис. 6.2).

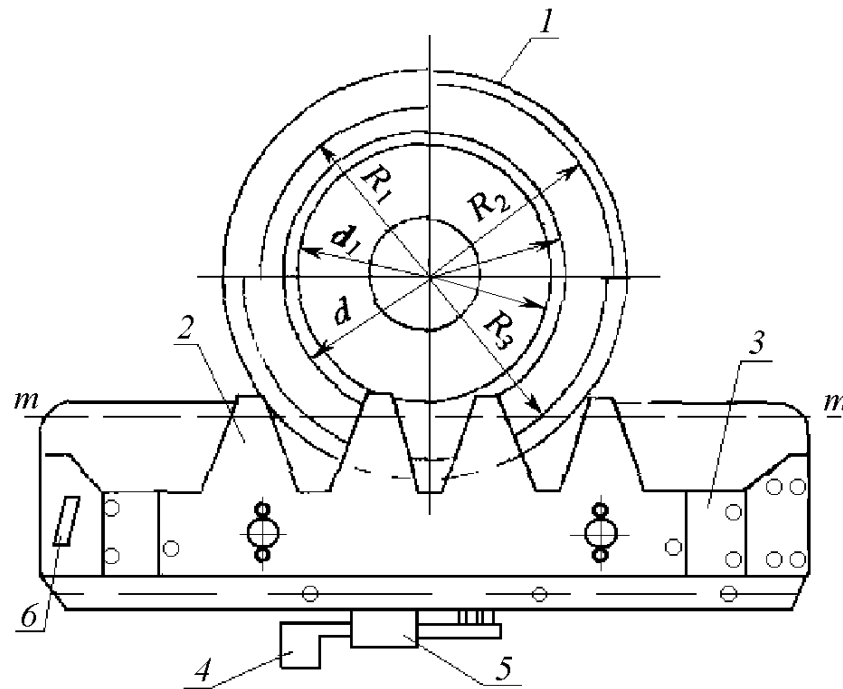


Рис. 6.2

Прилад складається з диска *1* і каретки *3*. На каретці закріплена гвинтами зубчаста рейка *2*, що є ріжучим інструментом. На диск нанесено ділительне коло нарізаного колеса, а на рейку – її середня пряма.

Обкатування ділительного кола диска *1* по ділительній прямій рейки досягається за рахунок храпового механізму. Узгоджене переривисте переміщення рейки і диска здійснюється натисненням клавіші *4*.

Г-подібна рукоятка *5* повинна знаходитися в правому положенні, а рукоятка *6* натягувати струну.

При повороті рукоятки *5* в ліве положення відключається храповий механізм і каретка переміщається вільно.

Рейку можна встановити так, щоб ділительне коло диска *1* котилося по вибраній ділительній прямій рейки. Якщо рейка встановлена так, що її середня пряма збігається з прямою *mm* і доторкається ділительного кола диска, то імітуватиметься процес нарізування нульового колеса. При зміщенні рейки відносно прямої *mm* буде нарізано кориговане колесо. Зміщення рейки x_m відраховується за шкалою, розташованою на каретці *3*.

Отримують профілі зубів колеса таким чином. На диск I встановлюють заготовку колеса (паперовий круг). Натиском на клавішу 4 надають рейці і заготовці невеликі узгоджені переміщення. Після кожного такого переміщення на паперовому крузі необхідно обкреслити олівцем профіль зубів рейки. У результаті на папері викреслиться густа мережа ліній, що є положеннями зубів рейки на заготовці.

Очевидно, в реальних умовах нарізування зубчастого колеса, весь матеріал заготовки, що опинився в зоні суцільних ліній, буде видалений, а незаштрихований контур заготовки, обмежений що огинає крайніх ліній профілю зубів рейки, є евольвентний профілем зубів колеса.

Прилади і інструменти

Прилад ТММ-42 для викреслювання евольвентного профілю зубів методом обкатки заготовки зубчастою рейкою, заготовка з паперу, циркуль, вимірювальна лінійка.

Порядок виконання роботи

1. Занести в бланк звіту значення основних параметрів m , d , z , α нарізуваного колеса.
 2. Обчислити за формулою (2.1) мінімальне значення коефіцієнта x_{min} і відповідне йому абсолютний зсув $x_{min} \cdot m$.
 3. Вибрати зсув $x_2 \cdot m$ в межах 8-10 мм для нарізування нормального колеса. Обчислити значення коефіцієнта x_2 .
 4. Вибрати зсув $x_3 \cdot m$ у межах 8–10 мм для нарізування нормального колеса. Обчислити значення коефіцієнта x_3 .
 5. Обчислити значення d , d_b , p , p_b , d_a , s по формулах (8.2)–(8.7) для наступних коефіцієнтів відносного зсуву $x_1 = 0$, x_{min} , x_2 , x_3 .
 6. Накласти на диск I паперовий круг, закріпити його.
 7. Встановити рейку 2 в положення, відповідне $x_1 = 0$; закріпити рейку гвинтами.
 8. Відключити рукояткою 5 храповий механізм. Олівцем обкреслити на паперовому крузі контур зубів рейки.
 9. Натисненням на клавішу 4 перемістити каретку з рейкою, знов обкреслити контур зубів рейки і так продовжувати до тих пір, поки каретка не дійде до упору в ліве крайнє положення.
- На той час на паперовому крузі повністю обкресляться 2-3 зуби нарізуваного колеса.

9. Встановити рейку 2 в положення, відповідне x_{min} , підраховане по формулі (7.1).

10. Поворотом рукоятки 6 ослабити струну. Повернути диск 1 приблизно на 90, повернути рукоятку 6 в початкове положення.

11. Повторити дії пп. 7 і 8 (отримаємо 2-3 зуби колеса з зміщенням).

12. Встановити рейку в положення, відповідне $+x_2$, повторити пп.7, 8 и 10 (отримаємо зуби додатного колеса).

13. Встановити рейку в положення, відповідне $-x_3$, повторити пп.7, 8 и 10 (отримаємо зуби від'ємного колеса).

14. Зняти з приладу паперовий круг, нанести на нього ділильне і основне кола.

15. Заміряти по ділильному колу товщину побудованих зубів і порівняти отримані величини з розрахованими раніше.

16. Оформити звіт роботи по формі, що додається.

Контрольні питання

1. Що характерне для процесу нарізування зубів обгинанням (обкаткою), в чому його перевага?

2. Чому зуб колеса, нарізаний методом обкатки, має евольвентний профіль?

3. За яких умов нарізаються нульові, додатні і від'ємні зубчасті колеса?

4. Що таке початковий контур інструменту?

5. Назвати основні параметри зубчастого колеса і рейки, дати їм характеристику.

6. Як впливає зміщення інструменту на зміну основних параметрів зубчастого колеса?

7. Що таке підрізування зуба, коли таке явище виникає, як його уникнути?

8. З якою метою проводиться корегування зубчастих коліс?

Зміст звіту

1. Схема приладу

2. Основні параметри:

а) модуль рейки $m =$ мм;

б) кут профілю рейки $\alpha =$ град.;

в) число зубів колеса, що нарізується z ;

г) зміщення рейки, мм

відносне

абсолютне

$$x_1 = 0$$

$$x_1 \cdot m = 0$$

$$x_{min} =$$

$$x_{min} \cdot m =$$

$$x_2 = x_2 \cdot m =$$

$$x_3 = x_3 \cdot m = .$$

3. Розрахунок основних параметрів зубчастих коліс для значень x_{min} , x_1 , x_2 , x_3 (табл. 7.1).

Таблиця 6.1

Величина	Значення			
	$x_1 = 0$	x_{min}	x_2	x_3
Діаметр ділильного кола, мм, $d = m \cdot z$				
Діаметр основного кола, мм, $d_b = d \cdot \cos \alpha$				
Крок по ділильному колу, мм, $p = \pi \cdot m$				
Крок по основному колу, мм, $p_b = p \cdot \cos \alpha$				
Діаметр вершин зубів, мм, $d_a = d + 2m \cdot (1 + x)$				
Товщина зуба по ділильному колу, мм, $s = m \cdot (\pi/2 + 2x \cdot \operatorname{tg} \alpha)$				

Заміряна товщина зуба по ділильному колу:

при $x_1 = 0$, $s =$; при $x_{min} =$, $s =$;

при $x_2 = 0$, $s =$; при $x_3 = 0$, $s =$.

Лабораторна робота № 7

ЗРІВНОВАЖЕННЯ МАС, ЩО ОБЕРТАЮТЬСЯ

Мета роботи – ознайомитися на практиці з методом зрівноваження мас.

Короткі теоретичні відомості

При обертанні тіла (ланки механізму) на нього діє система відцентрових сил інерції. Таку систему можна привести до головного вектора сил інерції P_i і головному моменту сил інерції M_i :

$$\bar{P}_i = \omega^2 \cdot \sum m_i \cdot \bar{r}_i;$$

$$\bar{M}_i = \omega^2 \cdot \sum m_i \cdot \bar{r}_i \cdot l_i,$$

де ω – кутова швидкість тіла, що обертається; m_i – маса елементарної частки тіла; r_i – відстань елементарної маси від осі обертання; l_i – відстань елементарної маси від площини, перпендикулярній осі обертання і що проходить через центр мас тіла.

\bar{P}_i і \bar{M}_i міняють свій напрям, обертаючись разом з ланкою. При великих швидкостях обертання модулі векторів \bar{P}_i і \bar{M}_i можуть досягати великих значень, внаслідок чого на опори ланки передаватимуться значні змінні по напрямку динамічні навантаження, небезпечні для міцності машин. Ланки, при обертанні яких виникає динамічний тиск на їх опори, є незрівноваженими.

Розглянемо теоретичний аспект зрівноваження ланки, що обертається.

Вектор $\sum m_i \cdot \bar{r}_i$ називається статичним моментом і, як відомо з механіки, рівний $m \cdot \bar{r}_s$, де m – маса всього тіла, а r_s – відстань центру мас тіла від осі обертання.

Вектор $\sum m_i \cdot \bar{r}_i \cdot l_i$ є відцентровим моментом інерції тіла щодо осі обертання і площини, що проходить через центр мас тіла перпендикулярно осі обертання. Позначимо цей момент інерції через $I_r \cdot l$.

Ланка буде повністю зрівноважена, якщо $\bar{P}_i = 0$ и $\bar{M}_i = 0$, т. е.

$$\sum m_i \cdot \bar{r}_i = m \cdot \bar{r}_s = 0; \tag{7.1}$$

$$\sum m_i \cdot \bar{r}_i \cdot l_i = \bar{I}_r \cdot l = 0, \tag{7.2}$$

Вираз (7.1) показує, що ланка буде в статичній рівновазі, якщо її центр мас лежить на осі обертання ланки. З (7.2) випливає, що ланка буде в динамічній рівновазі, якщо її вісь обертання збігається з однією з головних осей інерції ланки.

Процес зрівноваження ланки, що обертається, називається балансуванням. Повного балансування (статичною і динамічною) можна досягти, укріпивши на незрівноваженій ланці два додаткові вантажі (противаги). Маса і положення противаг підбирають з таким розрахунком, щоб створювані ними головний вектор і головний момент відцентрових сил інерції були відповідно рівні по величині і протилежні по напрямку \bar{P}_i і \bar{M}_i , що діє на незрівноважену ланку.

Зрівноваження ротора з відомим розташуванням незрівноважених мас

Нехай ротор (рис. 7.1) у площині, перпендикулярній осі обертання, має незрівноважені маси m_1, m_2, m_3 . Положення їх в площині задається радіусами r_1, r_2, r_3 і кутами $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ відповідно. Положення площини розміщення незрівноважених мас щодо площини приведення Π визначаються координатами l_1, l_2, l_3 .

Знайти величини і положення противаг m_I і m_{II} , встановлюваних в площинах I і II і необхідних для повного зрівноваження даного ротора.

Вирішимо завдання зрівноваження графоаналітичним способом. Відцентровий момент інерції всіх незрівноважених мас і противаг щодо осі обертання і площині Π згідно виразу (7.2).

$$\bar{I}_r l = \sum m_i \bar{r}_i l_i = m_1 \bar{r}_1 l_1 + m_2 \bar{r}_2 l_2 + m_3 \bar{r}_3 l_3 + m_I \bar{r}_I l_I = 0, \quad (7.3)$$

До числа доданків даного виразу не входить вектор $m_{II} r_{II} l_{II}$, оскільки $l_{II} = 0$.

Направимо вектор кожного відцентрового моменту перпендикулярно відповідному радіусу r_i .

Рівняння (7.3) дозволяє знайти відцентровий момент інерції противаги 1. З цією метою кожен вектор $m_i \bar{r}_i l_i$ зобразимо відрізком \bar{y}_i в масштабі μ_i . Тоді рівняння (7.3) можна переписати так:

$$\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_3 + \bar{y}_I = 0. \quad (7.4)$$

Значення y_1, y_2, y_3 знайдемо по відомих величинах m_i, r_i, l_i .

На підставі (7.4) будемо повернений на 90 план відцентрових моментів інерції (рис. 7.1, а). Замикаюча сторона його \bar{y}_I дозволяє знайти радіус r_I установки противаги m_I (при заданому значенні m_I):

$$r_I = \frac{\mu_y \cdot y_I}{m_I \cdot l_I}.$$

Для визначення кута установки противаги m_I проведемо через вісь обертання O (рис. 7.1) лінію, паралельну відрізку \bar{y}_I , і заміряємо кут α_I .

Положення противаги m_{II} (при його заданій масі) у плоскості II знаходимо, скориставшись рівнянням (7.1):

$$m_1 \bar{r}_1 + m_2 \bar{r}_2 + m_3 \bar{r}_3 + m_I \bar{r}_I + m_{II} \bar{r}_{II} = 0. \quad (7.5)$$

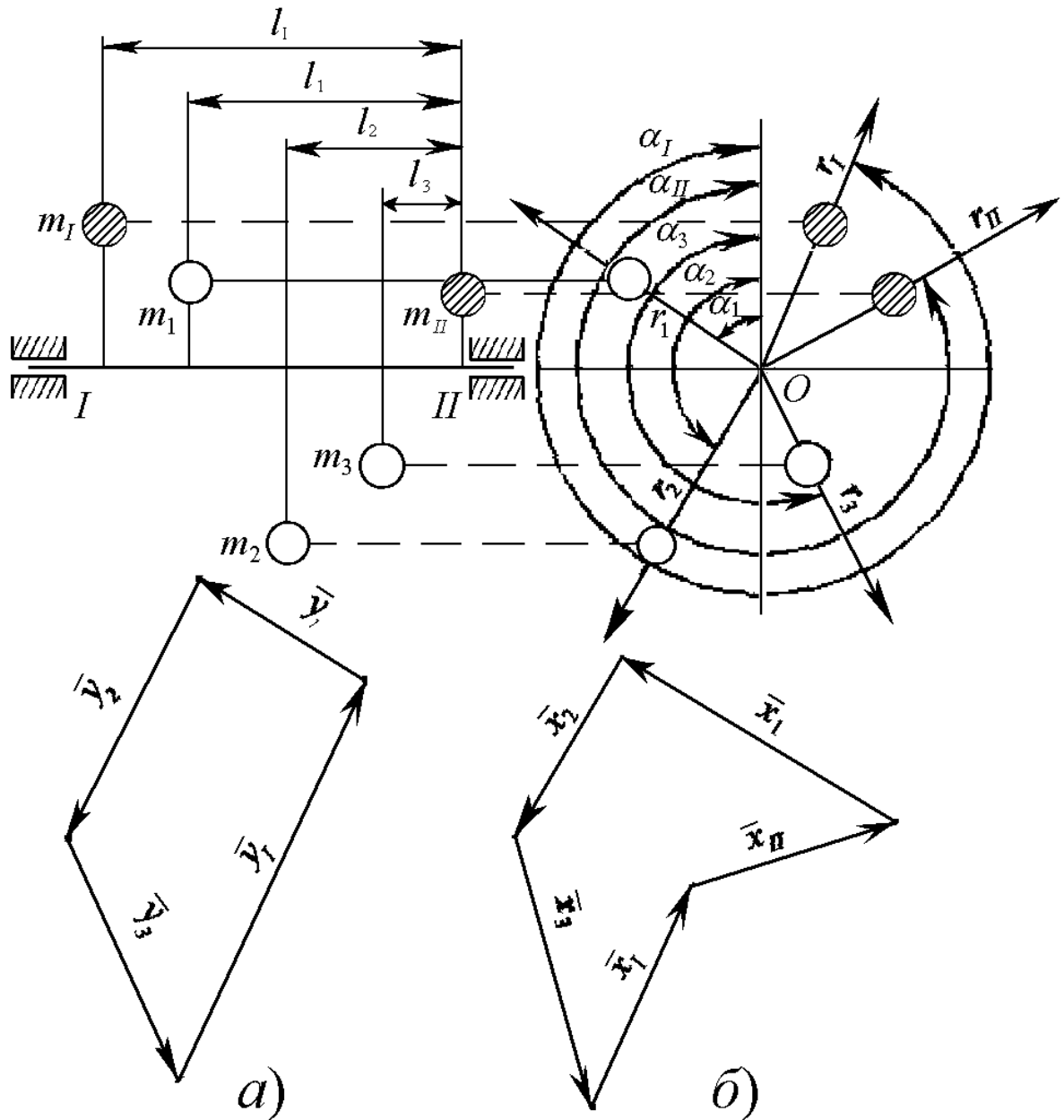


Рис. 7.1

Задавши кожен вектор $m_i \bar{r}_i$ відрізком \bar{x}_i у масштабі μ_x , запишемо рівняння (7.5) в наступному вигляді:

$$\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + \bar{x}_I + \bar{x}_{II} = 0. \quad (7.6)$$

Значення x_1, x_2, x_I , знайдемо по відомих величинах m_i, r_i . Будуємо повернений на 90° (план статичних моментів інерції мас (рис. 7.1, б) згідно формулі (7.6). Замикаюча сторона його дає можливість визначити радіус установки противаги m_{II} (при заданому значенні m_{II}):

$$r_{II} = \frac{\mu_x \cdot x_{II}}{m_{II}}.$$

Для визначення кута установки противаги m_{II} проведемо через вісь обертання O (рис. 7.1) лінію, паралельну відрізку x_{II} , і заміряємо кут α_{II} .

Після установки вантажів m_I і m_{II} маси m_1, m_2, m_3 повністю зрівноважуються, оскільки умови (7.1) і (7.2) виявляються виконаними.

Практична частина

Прилади і інструменти

Прилад ТММ-35М; набір вантажів; вимірювальна лінійка; транспортир.

Зрівноваження ротора з невідомим розташуванням неврівноважених мас проводиться на спеціальній установці ТММ-35М (рис. 7.2).

На валу верстата розташовано п'ять дисків, що відбалансували, 1, що мають радіальні прорізи для кріплення в них вантажів. Три середні диски служать для установки вантажів, що створюють дисбаланс, два крайніх – для кріплення на них урівноважених вантажів (противаг). Диски можуть повертатися навколо своєї осі, вони фіксуються на валу гвинтами 2. Лівий кінець валу закріплений в сферичному шарикопідшипнику, правий – в радіальному шарикопідшипнику, встановленому на каретці 3. Каретка може переміщатися по тій, що направляє в горизонтальній плоскості. Електродвигун 4 змонтований біля лівої стійки на важелі, що коливається, 5. При натисненні на важіль фрикційний диск 6 притискається до шківів 7 і включається двигун, що розганяє вал з дисками. При звільненні рукоятки фрикціон відтискується, електродвигун вимикається.

Система, що обертається, зрівноважена, якщо стрілка 8, що показує відхилення осі верстата від положення рівноваги, нерухомо стоїть на відмітці «нуль».

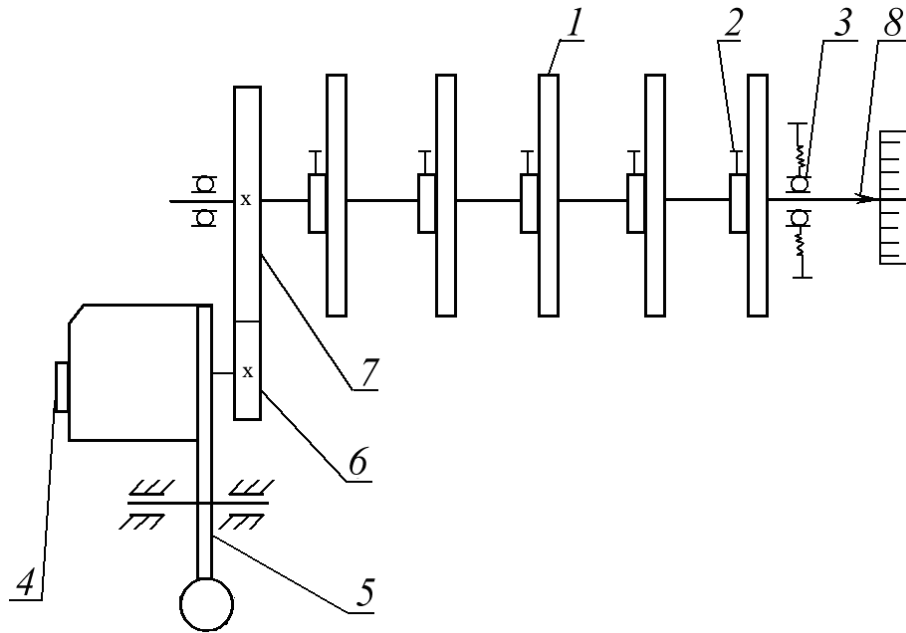


Рис. 7.2

Порядок виконання роботи

1. Вибрати величини нерівноважених мас m_1, m_2, m_3 радіусів r_1, r_2, r_3 і кутів $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ із табл. 7.1 Значення l_1, l_2, l_3 заміряти на установці.

Таблиця 7.1

Ланка студентів	Нерівноважені маси			Радіуси			Кути в градусах		
	m_1	m_2	m_3	r_1	r_2	r_3	α_1	α_2	α_3
1	40	50	–	50	70	–	60	150	–
2	60	50	40	60	60	60	40	90	130
3	50	60	70	70	70	70	150	200	260
4	70	60	40	40	50	70	90	120	180
5	40	–	40	60	–	70	90	–	300
6	40	40	–	90	60	–	100	270	–
7	70	40	40	50	50	60	50	120	250

2. Закріпити маси мас m_1, m_2, m_3 на заданих радіусах r_1, r_2, r_3 і встановити кути $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$.

3. Натиском на рукоятку включити електродвигун, переконатися в значних коливаннях системи мас m_1, m_2, m_3 , при цьому каретка 3 (рис. 2) переміщатиметься в горизонтальній площині.

4. Задавшись масами противаг m_I, m_{II} , (із набору в 40, 50, 60 и 70 грамів), визначити графоаналітичним способом положення цих противаг,

тобто величини $r_I, r_{II}, \alpha_I, \alpha_{II}$. При цьому величини радіусів r_I і r_{II} повинні знаходитися в межах 40–90 мм.

5. Закріпити противаги m_I і m_{II} на радіусах r_I і r_{II} під кутами α_I і α_{II} .
6. Знову включити електродвигун і привести в обертання урівноважену систему мас $m_1, m_2, m_3, m_I, m_{II}$; при цьому коливання системи мають бути відсутніми. Наявність коливань свідчать про неправильність розрахунку.
7. Оформити звіт по роботі.

Контрольні питання

1. Як визначити відцентрову силу інерції точки?
2. Що називається головним вектором і головним моментом сил інерції?
3. За яких умов головний вектор сил інерції дорівнює нулю?
4. У яких випадках головний момент сил інерції дорівнює нулю?
5. З якою метою проводять статичне і динамічне балансування ланок?
6. Розкрити суть графічного методу визначення ваги і координат противаг при балансуванні мас, що обертаються.

Зміст звіту

1. Схема верстата	2. Схема розташування вантажів
3. Величини: задані, прийняті конструктивно і отримані виміром	
Дано:	
Прийнято:	
Отримано виміром:	
4. Що потрібно	
5. Розрахунок	
6. Графічні побудови	7. Схема розташування противаг
8. Результати розрахунку і експерименту:	
$m_I =$; $r_I =$; $\alpha_1 =$; $m_{II} =$; $r_{II} =$; $\alpha_2 =$. Найбільша амплітуда коливання системи $H = \text{мм}$	

Лабораторна робота № 8

ДИНАМІЧНЕ БАЛАНСУВАННЯ РОТОРА

Мета роботи – ознайомитися на практиці з методом балансування ротора.

Короткі теоретичні відомості

На тіло (ротор), що обертається, діє система відцентрових сил інерції, яку можна привести до головного вектора сил інерції P_i і головного моменту сил інерції M_i . P_i і M_i міняють свій напрям, обертаючись разом з тілом. При великих швидкостях обертання модулі векторів P_i і M_i можуть досягати великих значень, внаслідок чого на опори передаватимуться значні динамічні навантаження, небезпечні для міцності машини.

Тіло (ротор), при обертанні якого не виникає динамічного тиску на його опори, називається зрівноваженим. В цьому випадку

$$P_i = 0; \quad M_i = 0.$$

Процес урівноваження ротора, що обертається, називається балансуванням. Розгледимо теоретичний аспект цього процесу.

P_i і M_i можна представити у вигляді еквівалентних систем з двох сил P_1 і P_2 , що розміщені в довільно вибраних площинах I і II , перпендикулярних осі обертання тіла (рис. 8.1).

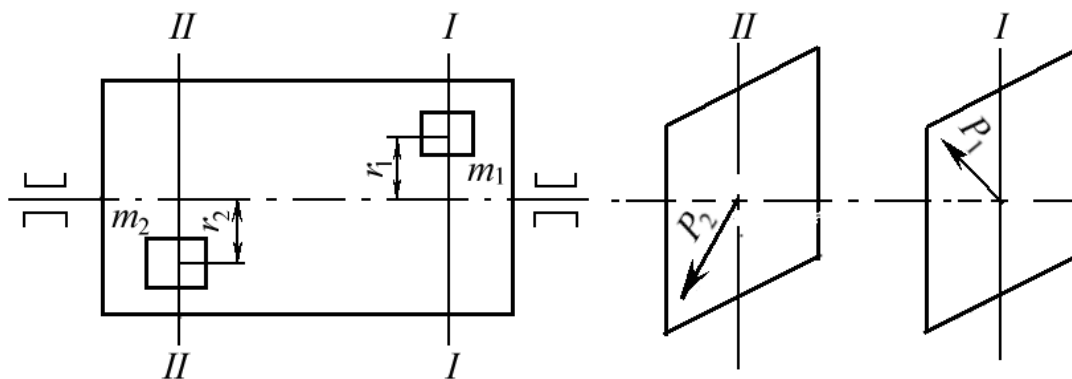


Рис. 8.1

Представимо ці сили математично:

$$\bar{P}_1 = m_1 \omega^2 \bar{r}_1; \quad \bar{P}_2 = m_2 \omega^2 \bar{r}_2,$$

де m_1 і m_2 – незрівноважені маси ротора, приведені до площин I і II відповідно; \bar{r}_1 і \bar{r}_2 – радіус-вектори, що визначають положення мас m_1 і m_2 ; ω – кутова швидкість обертання ротора.

Завдання балансування полягає в підборі мас двох противаг M_I і M_{II} і розрахунку координат \bar{r}_I і \bar{r}_{II} їх установки на роторі з тим, щоб виконувалася рівність

$$M_I \bar{r}_I = -m_1 \bar{r}_1; \quad M_{II} \bar{r}_{II} = -m_2 \bar{r}_2.$$

Балансування ротора з невідомим розташуванням незрівноважених мас

Для зрівноваження роторів використовується спеціальний балансирочний верстат системи Шитікова (рис. 8.2).

Балансований ротор I встановлений на підшипниках в жорсткій рамі 2 . Остання шарніром 3 сполучена з нерухомою підставою 4 . Вісь шарніра розташована горизонтально і перпендикулярна осі ротора I .

Рама 2 підтримується пружиною 5 , тому ротор разом з рамою 2 утворює пружну систему, що коливається щодо осі шарніра 3 .

Всі незрівноважені маси ротора приводимо до двох мас m_1 і m_2 , що розташовані в довільно вибраних площинах I і II (рис. 10.2).

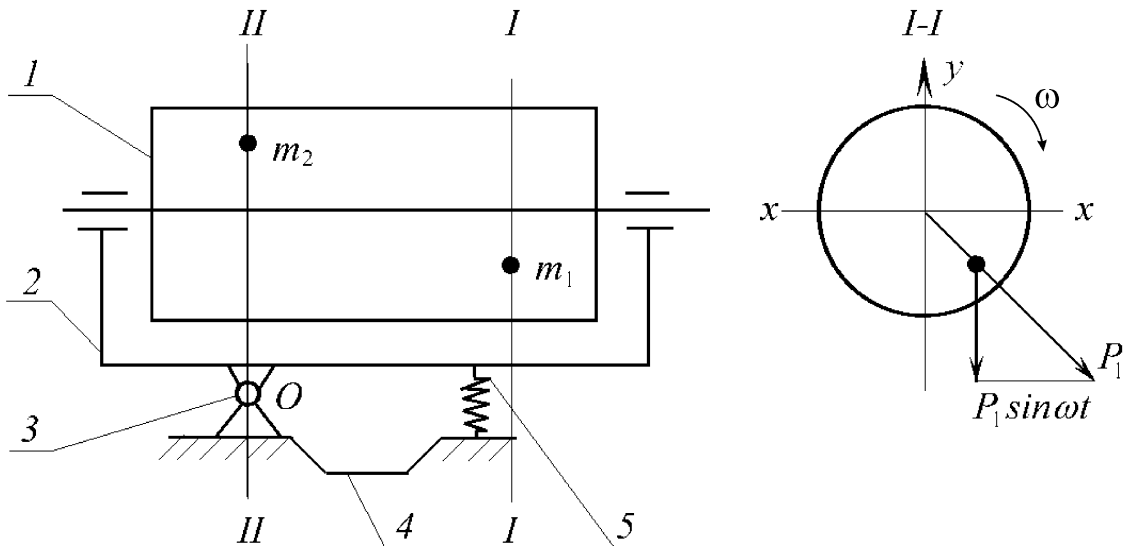


Рис. 8.2

Встановимо ротор на рамі 2 так, щоб площина Π проходила через вісь обертання рами – точку O .

Розглянемо дію сил інерції P_1 і P_2 , що викликаються незрівноваженими масами m_1 і m_2 , на систему ротор - рама. Сила P_2 , що проходить через вісь обертання рами, врівноважується реакцією в шарнірі. Силу P_1 , що змінюється з швидкістю ω , розкладемо на горизонтальну і вертикальну складові:

$$P_{1x} = P_1 \cdot \cos \omega t, \quad P_{1y} = P_1 \cdot \sin \omega t.$$

Момент від горизонтальної складової P_{1x} відносно O зрівноважується реактивним моментом шарніра. Момент від вертикальної складової P_{1y} викликає коливання рами з ротором щодо точки O .

Для визначення величини незрівноваженої маси m_1 і її положення r_1 скористаємося наступною закономірністю: резонансна амплітуда коливань системи пропорційна силі P_{1y} , що збурюється, і, отже, статичному моменту $m_1 r_1$.

Незрівноважена маса m_1 , що викликає коливання системи рама - ротор, знаходиться на радіусі, що становить з напрямом x - x кут α (рис. 8.3, *a*). Розганяємо ротор, і дамо йому вільно вибігти. Коли частота ω вимушених коливань ротора стане близькою до його власної частоти, виникне резонанс. У цей момент амплітуда коливань рами стане найбільшою і пропорційною амплітуді сили, що збурюється:

$$A_1 = \mu \cdot P_1,$$

де A_1 – максимальна (резонансна) амплітуда коливань системи ротор – рама; μ – коефіцієнт пропорційності, залежний від постійних параметрів даної установки.

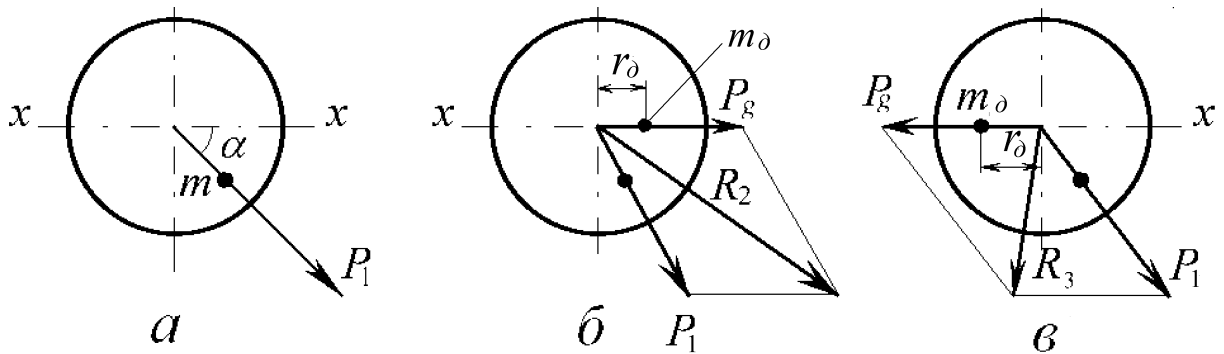


Рис. 8.3

Помістимо по лінії $x-x$ на відстані r_0 від осі обертання ротора додаткову масу m_0 (рис. 8.3, б) і знову, розганяє ротор, заміряємо амплітуду A_2 коливань рами при резонансі. A_2 буде пропорційна відцентровій силі інерції R_2 , яка є рівнодійною сил P_1 і P_g :

$$A_2 = \mu \cdot R_2.$$

Знімемо додаткову масу з попереднього місця і помістимо її на тій же лінії $x-x$, на такій же відстані від осі обертання ротора, але з протилежного боку (рис. 8.3, в). Розганятимемо ротор, заміряємо амплітуду A_3 коливань рами при резонансі. Ця амплітуда пропорційна відцентровій силі інерції R_3 , яка є рівнодійною сил P_1 і P_g :

$$A_3 = \mu \cdot R_3.$$

З вищесказаного виходить

$$\bar{R}_2 = \bar{P}_1 + \bar{P}_g \quad \text{и} \quad \bar{R}_3 = \bar{P}_1 + \bar{P}_g.$$

Звідси

$$\left. \begin{aligned} \bar{A}_2 &= \bar{A}_1 + \bar{A}_0 \\ \bar{A}_3 &= \bar{A}_1 + \bar{A}_0 \end{aligned} \right\} \quad (8.1)$$

Тут A_0 – резонансна амплітуда, яка вийшла б при установці на ротор однієї маси m_0 .

Визначимо амплітуду A_0 , графічно вирішивши рівняння (8.1). У прийнятому масштабі довільно відкладемо амплітуду A_1 (рис. 8.4). Зобразимо її відрізком ab , проведемо дуги радіусом $0,5A_2$ і $0,5A_3$, знайдемо точку перетину M . Через точку M проведемо прямі $ac = A_2$ і $bd = A_3$. Побудуємо паралелограм, сторона якого $ad = bc$ дорівнює амплітуді A_0 .

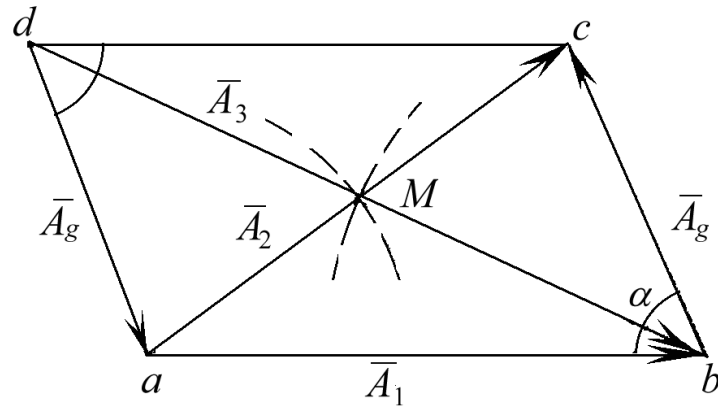


Рис. 8.4

У паралелограмі сума квадратів сторін дорівнює сумі квадратів діагоналей:

$$2A_0^2 + 2A_1^2 = A_2^2 + A_3^2.$$

Отже,

$$A_0 = \sqrt{\frac{A_2^2 + A_3^2 - 2A_1^2}{2}}. \quad (8.2)$$

Як відомо,

$$A_0 = \mu \cdot P_0. \quad (8.3)$$

З формули (11.3), з урахуванням того, що відцентрова сила інерції пропорційна статичному моменту маси, визначимо μ :

$$\mu = \frac{A_0}{m_0 \cdot r_0}. \quad (8.4)$$

Статичний момент для шуканої незрівноваженої маси m_I знайдемо по наступній формулі:

$$m_I r_I = \frac{A_1}{\mu}. \quad (8.5)$$

При балансуванні необхідно виконати умову

$$M_I \bar{r}_I = m_1 \bar{r}_1, \quad (8.6)$$

де M_I – маса противаги; \bar{r}_I – радіус-вектор установки противаги на ротор. Задавшись M_I , обчислимо величину \bar{r}_I :

Маятникова рама 1, на якій встановлений ротор 2, може коливатися відносно осі O . Момент, що відновлює положення маяткової рами, створюється пружиною 4.

У роторі за допомогою болта, поставленого в один з його торців, створюється постійний дисбаланс. На піввісь ротора з кожного боку насаджені два добре динамічно відбалансованих диска 5. У їх прорізах при балансуванні ротора встановлюють противаги. Диски мають стопори 6.

Ротор розганяється фрикціоном 7, насадженим на вал електродвигуна 8. При натисненні важеля 9 здійснюється пуск електродвигуна. Вимір амплітуд коливань рами проводиться індикатором годинникового типу.

Порядок виконання роботи

1. Встановити стрілку індикатора на відмітку «нуль».
2. Розігнати ротор 200–300 об/мин, вимкнути електродвигун і спостерігати за вибігом ротора. Зміряти амплітуду коливань рами A_1 при резонансі від власної незрівноваженості ротора.

Повторити ще двічі і обчислити середнє значення амплітуди A_1 .

3. Вибрати масу додаткового вантажу m_∂ і радіус його установки r_∂ . Додатковий вантаж закріпити в прорізі диска 5 (площина I). Три рази заміряти при резонансі амплітуду A_2 коливань рами і знайти її середнє значення.

4. Звільнивши стопор 6, диск 5 з додатковим вантажем m_∂ , повернути на валу ротора на 180° . Закріпити диск. Три рази заміряти при резонансі амплітуду A_3 і знайти його середнє значення.

5. По (8.2) знайти максимальну амплітуду A_∂ і, використовуючи вирази (8.4), (8.5), (8.6), визначити статичний момент противаги M_{Irl} . Вибрати величину M_I і по формулі (8.7) обчислити радіус установки противаги r_l .

6. По виразу (8.8) розрахувати величину кута α між нульовим діаметром ротора і напрямом радіусу-вектора r_l (рис. 8.5).

7. Додатковий вантаж зняти, розраховану противагу встановити в площині I і контролювати балансування.

Місце установки противаги в площині I визначити по формулі (8.8). Згідно цій формулі одному значенню $\cos\alpha$ відповідають два кути α . Крім того, при початковій установці додаткової маси m_∂ і за наявності двох прорізів на диску 5 не фіксується її положення щодо нуля.

Тому перевірку збалансованості роблять при чотирьох значеннях кута α : $-\alpha$; $180 - \alpha$; $180 + \alpha$.

По трьом значенням для кожного з цих кутів визначити середнє значення залишкової амплітуди A . Приймається та установка, де A – найменше.

8. Оформити роботу по формі, що додається.

Примітка. Маса і положення противаги в площині II в даній роботі не визначають.

Контрольні питання

1. З якою метою проводять зрівноваження мас?
2. Дати визначення відцентрової сили інерції.
3. Що називається статичним моментом мас?
4. Записати умову повного статичного і динамічного балансування ротора.
5. Який принцип лежить в основі балансування ротора на верстаті Шитікова?
6. Як розрахувати противагу і їх положення?

Зміст звіту

1. Схема машини.
2. Амплітуди коливань:
 - A_1 – незрівноваженого ротора;
 - A_2 – ротора з додатковим вантажем;
 - A_3 – ротора з додатковим вантажем, радіус-вектор якого повернений на 180° .

Таблиця 8.1

№ випробування	A_1 , мм	A_2 , мм	A_3 , мм
1			
2			
3			
$A_\partial = \frac{\sum A_i}{3}$			

3. Амплітуда A_∂ , що відповідає статичному моменту додаткового вантажу:

$$A_\partial = \sqrt{\frac{A_2^2 + A_\partial^2 + 2A_1}{2}}.$$

4. Маса додаткового вантажу m_∂ .
5. Відстань центру тяжіння додаткового вантажу від осі обертання r_∂ .
6. Статичний момент додаткового вантажу $m_\partial \cdot r_\partial$.
7. Коефіцієнт пропорційності

$$\mu = \frac{A_\partial}{m_\partial \cdot r_\partial}.$$

8. Статичний момент ротора

$$M_1 r_1 = \frac{A_1}{\mu}.$$

9. Вага і положення противаги:

а) маса M_1 ;

б) модуль радіус-вектора

$$r_I = \frac{M_I}{G_I} = \frac{m_1 I_1}{M_I};$$

в) кут α між радіус-вектором противаги і радіус-вектром додаткового вантажу

$$\alpha = \pm \arccos \frac{A_1^2 + A_0^2 + A_2^2}{2_I A A}.$$

Список використаних джерел

1. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. Підручник. Київ: «Наукова думка», 2002. 660 с.
2. Булгаков В.М., Черниш О.М., Адамчук В.В. та ін. Теорія механізмів і машин: підруч. [для студ. аграрних вищ. навч. закл.] В.М. Булгаков, О.М. Черниш, В.В. Адамчук, М.Г. Березовий, В.В. Яременко Київ: Видавн. НУБіПУ, 2016. 547 с.
3. Теорія механізмів і машин: практикум для навчання в умовах інформаційноосвітнього середовища : навчальний посібник. Д. В. Бабенко, Н. А. Доценко, О. А. Горбенко. Миколаїв : МНАУ, 2019. 168 с.
4. В.М. Арендаренко, І.А. Дудніков Теорія механізмів і машин в прикладах і задачах. Навчальний посібник. Полтава, 2020. 176с
5. Попов С.В., Бучинський М.Я., Гнітько С.М., Чернявський А.М. Теорія механізмів технологічних машин: підручник для студентів механічних спеціальностей закладів вищої освіти. Харків: НТМТ, 2019. 268 с.
6. Теорія механізмів і машин. Курс лекцій для студентів спеціальності „Динаміка і міцність машин” Автор: к.т.н., доц. О.П. Заховайко. Київ: НТУУ "КПІ", 2020. 243 с.
7. Методичні рекомендації до лабораторних занять з дисципліни «Теорія механізмів і машин» В.С. Ткачук, В.В. Девін, В.Ю. Бурдега. Кам'янець-Подільський : ПДАТУ, 2021. 56 с.
8. Методичні рекомендації до практичних занять з дисципліни «Теорія механізмів і машин» В.С. Ткачук, В.В. Девін, В.Ю. Бурдега. Кам'янець-Подільський : ПДАТУ, 2021. 98 с.
9. Освітньо-професійна програма «Агроінженерія» для підготовки здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальністю 208 «Агроінженерія» <https://surl.li/jyxgmj>.
10. Електронний навчальний курс «Теорія механізмів і машин» <http://pdatu.net.ua/course/view.php?id=29>.

Методичні рекомендації до лабораторних занять з дисципліни «Теорія механізмів і машин» для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальності 208 «Агроінженерія» / В.С. Ткачук, В.В. Девін, В.Ю. Бурдега. Кам'янець-Подільський: ПДУ, 2022. – 56 с.

Подільський державний університет, вул. Шевченка, 13,
м. Кам'янець-Подільський, Хмельницька область, 32300