

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГАЛЬМІВНОГО ШЛЯХУ АВТОМОБІЛЯ ЯК ЦИФРОВИЙ ІНСТРУМЕНТ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ БАКАЛАВРІВ З ПРОФЕСІЙНОЇ ОСВІТИ

DOI: <https://doi.org/10.30525/978-9934-26-560-0-15>

Євген БОХОНЬКО

кандидат педагогічних наук, доцент
Хмельницький національний університет
e-mail: evgenboh@ukr.net

Вступ. Сучасна система освіти швидко адаптується до вимог цифрового суспільства. Основою трансформацій є зміна парадигми – від знаннєвої до компетентнісної. Основні теоретичні концепції, які лежать в основі нової освітньої моделі, включають конструктивізм, гуманістичну педагогіку, теорію активного навчання та принципи навчання через діяльність.

Цифрова педагогіка змінює роль викладача: він більше не є головним джерелом знань, а стає фасилітатором та наставником. Освіта стає більш гнучкою, доступною та персоналізованою. Це викликано активним впровадженням онлайн-платформ, хмарних сервісів та інтерактивних інструментів [6].

Цифрові інструменти відіграють вирішальну роль у підготовці майбутніх фахівців. Застосування платформи Moodle, Microsoft Teams, Zoom, а також інтерактивних тренажерів і симуляторів дає змогу проводити змішане навчання, адаптоване до індивідуальних потреб студентів.

Крім цього, цифрові технології сприяють розвитку таких компетентностей, як самоорганізація, цифрова грамотність, здатність до пошуку й аналізу інформації. У фокусі – підготовка фахівців, здатних працювати в умовах цифрової економіки [8].

Математичне моделювання є ключовим інструментом у підготовці фахівців технічних та педагогічних спеціальностей. Воно сприяє розумінню реальних процесів через побудову абстрактних моделей. Студенти вчаться аналізувати, прогнозувати і приймати обґрунтовані рішення. Використання програмного забезпечення (MATLAB, Mathcad, GeoGebra) дозволяє створювати інтерактивні симуляції. Це стимулює не лише технічну грамотність, а й аналітичне та критичне мислення [1].

Освітньо-професійна програма «Професійна освіта. Транспорт (Ремонт та обслуговування автомобілів)» першого (бакалаврського) рівня вищої освіти реалізується у Хмельницькому національному університеті за спеціальністю 015 «Професійна освіта (за спеціалізаціями)». Програма спрямована на підготовку фахівців нового покоління, які поєднують інженерно-технічну компетентність з педагогічною готовністю до професійного навчання. Основна мета програми полягає у формуванні здатності вирішувати комплексні професійні завдання в галузі ремонту, обслуговування транспортних засобів та організації освітнього процесу в технічному напрямі. Особливістю ОПП є інтеграція міждисциплінарної підготовки з акцентом на цифрові технології, безпеку життєдіяльності, енергоефективність та інноваційні методи професійного навчання. Програма забезпечує формування широкого спектра компетентностей: від базових загальнокультурних і соціальних (комунікація, етика, критичне мислення) до спеціалізованих фахових (технічна експлуатація, педагогічна діяльність, цифрова грамотність, проектування навчального контенту). Її реалізація включає обов'язкову педагогічну, виробничу та технологічну практику, що забезпечує тісний зв'язок між теоретичним навчанням і професійною діяльністю [15].

Метою дослідження є обґрунтування та розробка математичної моделі гальмівного шляху автомобіля як ефективного цифрового інструменту у професійній підготовці майбутніх бакалаврів. Дослідження передбачає аналіз впливу технічних характеристик транспортного засобу та дорожніх умов на гальмівний шлях, а також інтеграцію моделювання в навчальний процес для формування професійних компетентностей, аналітичного мислення та практичних навичок у галузі автомобільного транспорту.

Виклад основного матеріалу. Проведемо детальний аналітичний огляд основних факторів, що впливають на гальмівний шлях автомобіля. Кожен із них має як фізичну, так і технічну природу, і всі разом вони формують складну динамічну систему, яку можна точно описати лише за допомогою математичного моделювання. Першим фактором, що впливає на гальмівний шлях автомобіля є швидкість автомобіля. Гальмівний шлях зростає пропорційно до квадрату швидкості:

$$S = \frac{v^2}{2a}, \quad (1)$$

де v – початкова швидкість, a – середнє уповільнення.

Це фундаментальне фізичне співвідношення, що базується на законі збереження енергії (кінетична енергія повністю переходить у роботу сил тертя). Саме тому невелике збільшення швидкості призводить до суттєвого подовження гальмівного шляху [11]. Наприклад, збільшення швидкості з 50 км/год до 100 км/год збільшує гальмівний шлях у 4 рази. Наступний параметр характеризує стан дорожнього покриття. Він характеризується коефіцієнтом зчеплення μ , що впливає на гальмівне прискорення:

$$a = \mu \cdot g, \quad (2)$$

де μ – коефіцієнт зчеплення, g – прискорення вільного падіння.

З формули (2) слідує наступне:

$$S = \frac{V^2}{2\mu g}. \quad (3)$$

Різні покриття мають різні значення μ [3]. Значення коефіцієнту зчеплення для різних типів дорожнього покриття наведено у таблиці 1:

Таблиця 1

Коефіцієнт зчеплення μ для різних типів дорожнього покриття

Тип покриття	Умови	Коефіцієнт зчеплення (μ)
Сухий асфальт	Чистий, якісний	0.8 – 0.9
Мокрий асфальт	Після дощу	0.4 – 0.6
Заледенілий асфальт	Лід без реагентів	0.1 – 0.2
Сніг укочений	Щільний сніг	0.2 – 0.3
Сніг пухкий	Неущільнений	0.2
Гравій або щебінь	Сухий	0.4 – 0.6
Ґрунт сухий	Утрамбований	0.5 – 0.6
Пісок	Глибокий, сухий	0.2 – 0.3
Лід з шаром води	«Дзеркальний лід»	0.05 – 0.1
Бетон сухий	Шорсткий	0.7 – 0.8
Бетон мокрий	Полірований	0.4 – 0.5

Дані значення використовуються в інженерному аналізі для розрахунку гальмівного шляху. Також їх можливо розраховувати при оцінці керованості та прохідності автомобіля. Розглянемо вплив маси автомобіля на гальмівний шлях. Сила тертя дорівнює:

$$F_{\text{тертя}} = \mu mg, \quad (4)$$

при цьому:

$$a = \frac{F}{m} = \mu \cdot g. \quad (5)$$

З формул 4 та 5 випливає те, що теоретично маса не впливає на гальмівний шлях, як показано у формулі 3, [5].

Проте на практиці маса змінює: розподіл навантаження по осях (більше навантаження – краще зчеплення передніх шин); температуру гальмівних елементів; інерцію обертання коліс (особливо у вантажівок і кросоверів); реакцію гальмівної системи.

У важких автомобілях гальмівні механізми потребують більших зусиль для їх спрацювання, а ризик перегріву гальм збільшується, що знижує ефективність уповільнення.

Наступним фактором є ефективність гальмівної системи. Це реальна здатність реалізувати уповільнення, близьке до граничного, без блокування коліс чи втрати керованості [10]. Ефективність гальмівної системи залежить від: типу гальмівного механізму (дискові гальма ефективніші за барабанні), стану колодок, дисків, гальмівної рідини, наявності ABS (антиблокувальної системи), рівномірності розподілу гальмівного зусилля.

ABS дозволяє працювати на межі зчеплення шин, уникаючи їх повного блокування та втрати контролю. Важливим фактором, що впливає на гальмівний шлях автомобіля є час реакції водія:

$$S_{\text{заг}} = v \cdot t_r + \frac{v^2}{2\mu g}, \quad (6)$$

де t_r – час реакції водія (≈ 1 с) [11].

Перший доданок – це шлях, який проходить авто до початку гальмування.

Кожен із цих факторів – швидкість, зчеплення, маса й гальмівна система критично впливає на гальмівний шлях. Їхнє врахування у математичних моделях є необхідною умовою для точного прогнозування поведінки автомобіля у ситуаціях екстреного гальмування.

У сучасних умовах підвищених вимог до безпеки дорожнього руху та технологічного розвитку автомобілів особливого значення набуває аналіз гальмівних характеристик транспортного засобу. Одним із найважливіших показників ефективності гальмування є гальмівний шлях, тобто відстань, яку проходить автомобіль від моменту початку гальмування до повної зупинки. Довжина цього шляху залежить від комплексу параметрів, зокрема швидкості руху, стану дорожнього покриття, технічного стану гальмівної системи, маси автомобіля, типу шин та наявності електронних систем стабілізації (ABS, ESP). Процес гальмування є складним динамічним явищем, що включає взаємодію механічних, фізичних і людських факторів. Для об'єктивної оцінки ефективності гальмування необхідно сформулювати математичну модель, яка дозволяє описати поведінку транспортного засобу під час уповільнення з урахуванням реальних умов. У процесі подальшого наукового пошуку побудуємо математичну модель гальмівного шляху автомобіля, що враховує вплив початкової швидкості, коефіцієнту зчеплення (в залежності від типу дорожнього покриття), маси транспортного засобу, ефективності гальмівної системи, динамічного перерозподілу маси та наявності ABS.

Гальмування автомобіля – це складний фізичний процес, який супроводжується перетворенням кінетичної енергії рухомого транспортного засобу в теплову за рахунок сили тертя. Довжина гальмівного шляху визначається рядом факторів, як внутрішніх (маса, ефективність гальмівної системи), так і зовнішніх (стан дорожнього покриття, погодні умови, тип шин). Побудована математична модель дозволяє кількісно оцінити цей процес. Загальний гальмівний шлях складається з двох частин: - шляху, який автомобіль проходить за час реакції водія, тобто період між моментом виявлення перешкоди та фактичним натисканням на гальмо; шляху активного гальмування, при цьому автомобіль вже сповільнюється до повної зупинки під дією гальмівної сили.

Математично це показано у формулі 7:

$$S_{\text{заг}} = S_{\text{реакц}} + S_{\text{гальм}} . \quad (7)$$

Ця формула дозволяє детально розділити фазу пасивної затримки (людський фактор) і фазу динамічного уповільнення (механіка).

Час реакції водія t_r зазвичай становить від 0,7 до 1,5 секунд. У цей момент автомобіль продовжує рух без гальмування. Цей показник може залежати від стресу, освітлення, втоми, досвіду водія. Навіть при ідеальних умовах (наприклад, $t_r = 1$ с) на швидкості 90 км/год автомобіль проїжджає 25 метрів до початку гальмування, що становить значну частину загального гальмівного шляху. Шлях, пройдений автомобілем за час реакції водія визначається за наступною формулою:

$$S_{\text{реакц}} = v_0 \cdot t_r . \quad (8)$$

Розрахунок шляху активного гальмування отриманий з рівняння рівноприскореного руху:

$$S_{\text{гальм}} = \frac{v_0^2}{2a} . \quad (9)$$

Дана формула враховує початкову швидкість автомобіля та середнє уповільнення a .

Саме на цьому етапі відбувається головне гальмування транспортного засобу, і від ефективності дії гальмівної системи, типу шин та покриття залежить тривалість даного процесу. Вважаємо, що ефективне уповільнення з урахуванням основних факторів розраховується на наступним чином:

$$a = \mu \cdot g \cdot \eta , \quad (10)$$

де μ – коефіцієнт зчеплення шин з дорогою (0,2–0,9 залежно від умов), g – прискорення вільного падіння, η – ефективність гальмівної системи.

Об'єднавши усі параметри в одне єдине рівняння отримуємо повну математичну модель гальмівного шляху:

$$S_{\text{гальм}} = v_0 t_{\text{реакц}} + \frac{v_0^2}{2\mu g \eta} . \quad (11)$$

Для покращення моделі виконаємо додавання додаткових змінних: тип дорожнього покриття, тип шин, наявність ABS та розподіл навантаження.

Уточнене рівняння уповільнення матиме вигляд:

$$a = \mu_{\text{дороги}} \cdot \mu_{\text{шин}} \cdot f_{\text{ABS}} \cdot f_{\text{розподіл}} \cdot g , \quad (12)$$

де $\mu_{\text{дороги}}$ – коефіцієнт зчеплення дороги (залежить від покриття), $\mu_{\text{шин}}$ – коефіцієнт ефективності шин, f_{ABS} – коефіцієнт ефективності системи ABS, $f_{\text{розподіл}}$ – коефіцієнт ефективності розподілу навантаження. Значення коефіцієнту ефективності шин наведені у таблиці 2:

Таблиця 2

Значення коефіцієнту ефективності шин

Тип шин	Коефіцієнт ефективності шин
Літні шини	1,0
Зимові шини	0,9
Всесезонні шини	0,95
Зношені шини	0,7-0,85

Коефіцієнт ефективності шин є важливою складовою у розрахунку гальмівного шляху. Цей коефіцієнт характеризує здатність шин передавати гальмівну силу на дорожнє покриття через зчеплення – іншими словами, наскільки добре шини “тримаються” за дорогу при гальмуванні. Це безрозмірна величина, яка використовується як множник до загального коефіцієнту зчеплення в моделі гальмування. ABS (Anti-lock Braking System) – це електронна система, яка перешкоджає блокуванню коліс при екстремому гальмуванні. Її мета: підвищити керованість під час гальмування, зменшити гальмівний шлях (особливо на слизьких дорогах), уникнути заносу.

Коефіцієнт ефективності ABS відображає вплив ABS на загальну ефективність уповільнення транспортного засобу. Типові значення даного коефіцієнту наведені у таблиці 3:

Таблиця 3

Типові значення коефіцієнту ABS

Статус ABS	Коефіцієнт ABS	Примітка
Активна ABS	1,0	Оптимальне гальмування з контролем
Відсутня / вимкнена ABS	0,85-0,95	Можливе блокування коліс і занос
Несправна ABS	0,6-0,8	Некероване гальмування, подовження шляху

На деяких поверхнях, таких як гравій або глибокий сніг, гальмівний шлях із вимкненою ABS може бути коротшим, проте ці умови непередбачувані і контроль автомобіля значно гірший.

Коефіцієнт ефективності розподілу навантаження – це числовий показник, який характеризує рівномірність та оптимальність розподілу маси транспортного засобу між його осями під час гальмування. Він є безрозмірною величиною, що входить у загальну математичну модель обчислення гальмівного шляху як один із множників у формулі уповільнення. Оптимальне розміщення навантаження дозволяє усім колесам ефективно працювати при гальмуванні, забезпечуючи максимально можливу силу тертя і скорочуючи гальмівний шлях.

Типові значення коефіцієнту розподілу навантаження наведені у таблиці 4:

Таблиця 4

Типові значення коефіцієнту розподілу навантаження

Ситуація	Коефіцієнт розподілу навантаження	Пояснення
Ідеально збалансований автомобіль	1,00	Оптимальний розподіл маси, новий легковик без багажу
Помірне зміщення навантаження	0,90–0,95	Легковик із пасажирями або незначним багажем
Перевантаження або неправильне розміщення	0,85	Фургон із вантажем, розміщеним лише в задній частині

Проведене моделювання дозволило сформувати узагальнену математичну модель гальмівного шляху, яка враховує як фізичні характеристики транспортного засобу, так і зовнішні дорожні умови. Уточнена формула дозволяє гнучко оцінювати вплив швидкості, коефіцієнту зчеплення, ефективності шин, роботи системи ABS та розподілу навантаження на загальну ефективність гальмування. Двофазна структура гальмівного процесу, або розподіл на реакцію водія та механічну фазу дозволяє більш точно оцінити час і простір, необхідні для повної зупинки транспортного засобу. Виявлено, що навіть при ідеальних технічних умовах суттєву частину гальмівного шляху може становити реакційна дистанція. Кожен із параметрів, включених до моделі, чинить помітний вплив на довжину гальмівного шляху. Наприклад, погіршення коефіцієнту зчеплення з 0,85 до 0,7 може подовжити шлях на понад 20%, а порушення розподілу навантаження – майже на 18%. Таким чином, обґрунтоване врахування цих змінних у розрахунках є критично важливим як для інженерного проектування, так і для реальної оцінки дорожньої безпеки. Запропонована модель може бути основою для подальших комп'ютерних симуляцій, адаптивних систем активної безпеки та інтеграції у навчальні програми для підготовки водіїв. З метою візуалізації та кількісної оцінки впливу цих чинників було проведено розрахункове моделювання гальмівного процесу для різних автомобілів, які

відрізняються за типом, оснащенням та умовами експлуатації. Для кожного транспортного засобу було змодельовано гальмівний шлях із урахуванням таких параметрів: початкова швидкість руху, коефіцієнт зчеплення залежно від типу дорожнього покриття, ефективність шин відповідно до сезону та ступеня зношеності, наявність або відсутність системи ABS, розподіл навантаження на осі.

Розрахунки виконані на основі узагальненої фізико-математичної моделі, яка включає як фазу реакції водія, так і власне механічне гальмування. Для кожного прикладу побудовано графік залежності гальмівного шляху від швидкості, що дозволяє наочно простежити характер зростання та порівняти ефективність гальмування в різних умовах. Автомобіль Hyundai Elantra рухається зі швидкістю 60 км/год. У моделюванні враховано час реакції водія – 1 секунда. Ефективне уповільнення становить $7,13 \text{ м/с}^2$, шлях, пройдений за час реакції – 16,7 м, активне гальмування – 19,48 м. Повна довжина гальмівного шляху – 36,15 м. Залежність гальмівного шляху від швидкості для даного автомобіля зображено на рис. 1.

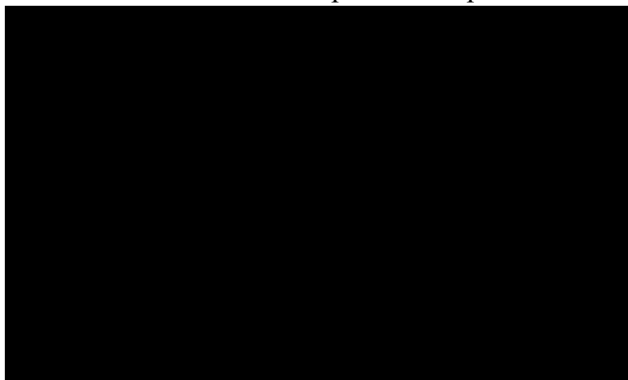


Рис. 1. Залежність гальмівного шляху від швидкості для автомобіля *Hyundai Elantra*

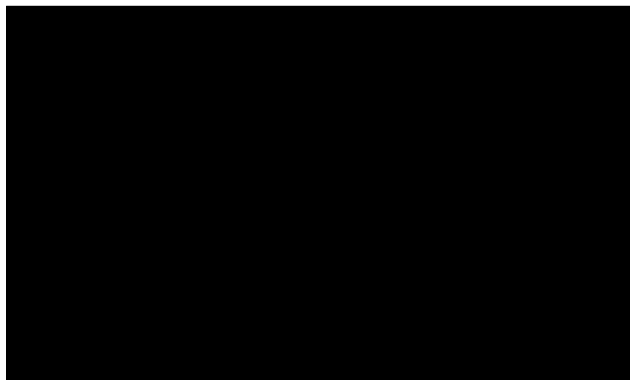


Рис. 2. Залежність гальмівного шляху від швидкості для автомобіля *Mercedes Sprinter* (лід, зимові шини, ABS)

Моделювання гальмування автомобіля Mercedes Sprinter є прикладом критично ризикованої дорожньої ситуації. Незважаючи на наявність зимових шин і системи ABS, надзвичайно низький коефіцієнт зчеплення (0,1) на льоду робить гальмування вкрай неефективним. Загальний гальмівний шлях перевищує 332,9 м, що ставить під загрозу безпеку дорожнього руху. Графік демонструє експоненційне зростання гальмівного шляху із незначним збільшенням швидкості, що підтверджує непридатність льодових умов для безпечного гальмування.

Умови моделювання: лід, швидкість 80 км/год, зимові шини, активна ABS. Залежність гальмівного шляху від швидкості для автомобіля Mercedes Sprinter зображено на рисунку 2.

Крива графіку, який зображений на рисунку 2 демонструє стрімке зростання шляху при незначному підвищенні швидкості. Досліджуваний автомобіль Toyota Corolla у змодельованих умовах зазнає втрати ефективності гальмування через поєднання двох ключових факторів: відсутність системи ABS та обмежена здатність всесезонних шин працювати на мокрій поверхні. Коефіцієнт зчеплення знижується до 0,5, а шини мають коефіцієнт ефективності 0,95. У результаті гальмівний шлях досягає 119,77 м. Графік демонструє нестабільну динаміку зі зростаючими ризиками в зоні швидкостей вище 80 км/год. Умови: мокрий асфальт, швидкість 100 км/год, всесезонні шини, відсутність ABS. Залежність гальмівного шляху від швидкості для даного автомобіля зображено на рис. 3.

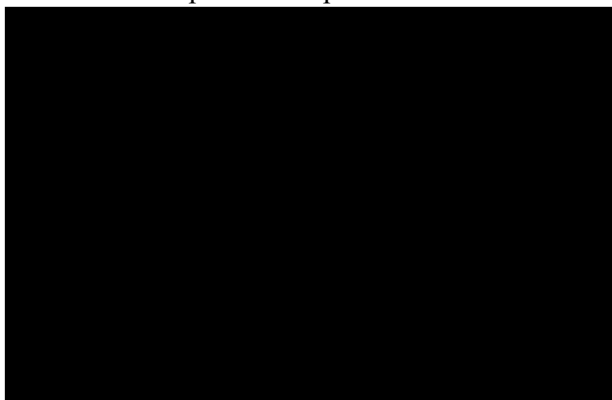


Рис. 3. Залежність гальмівного шляху від швидкості для автомобіля *Toyota Corolla* (мокрый асфальт, всесезонні шини, без ABS)

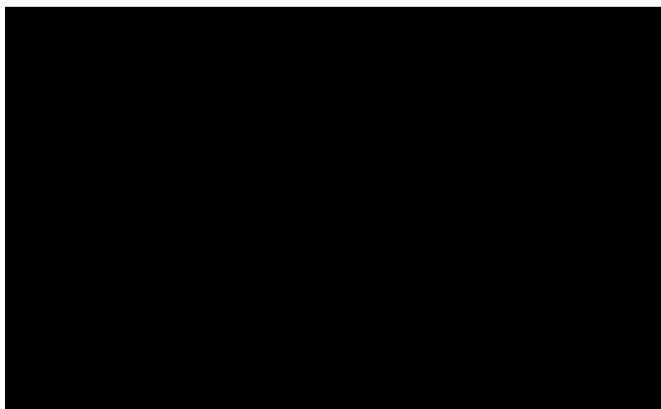


Рис. 4. Залежність гальмівного шляху від швидкості для автомобіля *Ford Ranger* (сухий ґрунт, зношені шини, відсутність ABS)

Як видно з рис. 3, відбувається різке погіршення ефективності гальмування при високій швидкості. Автомобіль Ford Ranger демонструє типовий сценарій недостатньої ефективності гальмування в умовах пересіченої місцевості. Зношені шини (коефіцієнт 0,75) на ґрунтовому покритті, відсутність ABS і нерівномірне навантаження погіршують зчеплення. Гальмівний шлях становить 117,54 м, і графік підтверджує зростання втрат ефективності на кожному етапі збільшення швидкості. Особливо небезпечним є факт відсутності контролю стабільності при різкому гальмуванні. Умови: сухий ґрунт, швидкість 90 км/год, зношені шини, відсутність ABS. Залежність гальмівного шляху від швидкості для автомобіля Ford Ranger зображено на рис. 4. Як видно з рисунку 4, при зростанні швидкості спостерігається стрімке подовження гальмівного шляху, що характерно для умов із поганим зчепленням. Моделювання гальмування позашляховика BMW X5 демонструє добру ефективність навіть у складних умовах. Всесезонні шини (ефективність – 0,95), активна ABS та добре збалансоване навантаження сприяють короткому гальмівному шляху навіть на мокрому асфальті ($\mu = 0,6$). Результат – 52,9 м при швидкості 80 км/год. Умови: мокрий асфальт, всесезонні шини, активна ABS, рівномірне навантаження. Залежність гальмівного шляху від швидкості для даного автомобіля зображено на рис. 5:

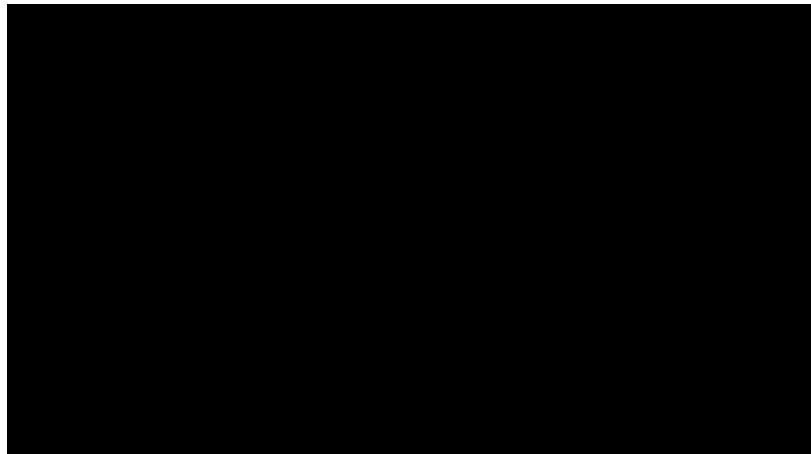


Рис. 5. Залежність гальмівного шляху від швидкості для автомобіля BMW X5 (мокрий асфальт, всесезонні шини, ABS)

Як видно з рисунку 5, автомобіль BMW X5 демонструє стабільне гальмування на мокрому асфальті.

Електромобіль Tesla Model 3 оснащено високоефективною гальмівною системою, новими літніми шинами та стабілізаційною системою ABS. При симуляції на сухому бетонному покритті ($\mu=0,8$) з початковою швидкістю 70 км/год результат гальмівного шляху становить лише 29,1 м. Це одна з найкращих моделей у дослідженні. Умови: сухий бетон, літні шини, активна ABS, ідеально збалансоване навантаження. Залежність гальмівного шляху від швидкості для даного автомобіля зображено на рисунку 6:

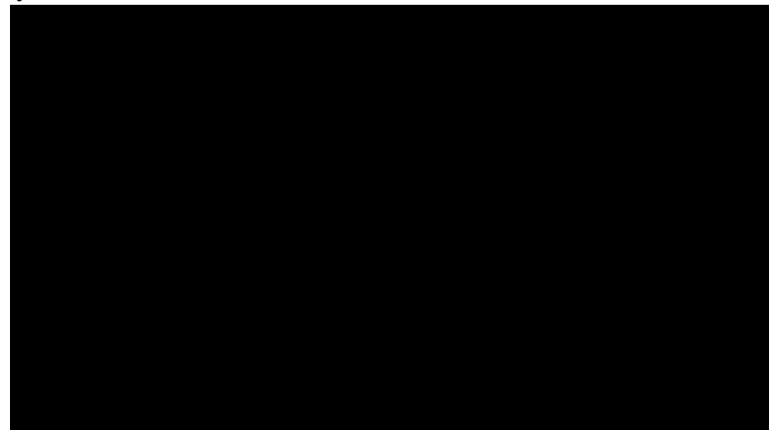


Рис. 6. Залежність гальмівного шляху від швидкості для автомобіля Tesla Model 3 (сухий бетон, літні шини, активна ABS)

Як видно з рис. 6, Автомобіль Tesla Model 3 має один із найкоротших гальмівних шляхів, що підтверджує високу ефективність системи.

У межах розрахункового розділу проведено моделювання гальмівного процесу для 6 автомобілів із різними технічними характеристиками та умовами дорожнього покриття. Це дозволило наочно

продемонструвати вплив ключових факторів (швидкості, типу шин, коефіцієнту зчеплення, наявності системи ABS і розподілу навантаження) на довжину гальмівного шляху. Використана математична модель забезпечила точне чисельне відтворення двох фаз гальмування: реакції водія та активного уповільнення. Отримані результати показали значні коливання гальмівного шляху від 29,1 м у Tesla Model 3 до понад 330 м у Mercedes Sprinter, що рухався по льоду. Це свідчить про високу залежність безпеки руху від поєднання технічного стану автомобіля та зовнішніх дорожніх умов. Графіки, побудовані для кожного прикладу, продемонстрували переважно квадратичний характер зростання гальмівного шляху із підвищенням швидкості. Водночас у несприятливих умовах (лід, ґрунт, відсутність ABS, зношені шини) спостерігається експоненціальне подовження гальмівного шляху, що вказує на зростання ризику аварій. Результати моделювання мають важливе прикладне значення для водіїв, інженерів, розробників систем активної безпеки та фахівців з транспортної інфраструктури. Отримані висновки можуть бути використані як основа для вдосконалення нормативів, підвищення ефективності водійської підготовки та проектування дорожніх покриттів із урахуванням умов реальної експлуатації. На основі проведеного математичного моделювання та аналізу впливу ключових факторів на гальмівний шлях, сформульовано наступні практичні рекомендації для підвищення ефективності гальмування та зниження ризику дорожньо-транспортних пригод.

1. Дотримання оптимального швидкісного режиму. Математична модель показує, що гальмівний шлях зростає пропорційно квадрату швидкості: подвоєння швидкості призводить до збільшення шляху гальмування в чотири рази (формула 1) [11]. Це означає, що навіть незначне перевищення швидкості може критично вплинути на можливість уникнення зіткнення. Особливо небезпечним це є в умовах поганого зчеплення з дорогою (лід, дощ, сніг), коли загальна дистанція зупинки значно зростає [12].

2. Своєчасна заміна та вибір шин відповідно до сезону. Тип шин безпосередньо впливає на ефективність передачі гальмівного зусилля на дорожнє покриття. Це зазначено у таблиці 2 та джерелах [11], [3]. Літні шини демонструють максимальне зчеплення в теплу пору року, тоді як зимові – в умовах снігу та льоду. Зношені або невідповідні за сезоном шини можуть подовжити гальмівний шлях до 25-30% навіть на якісному асфальті [10].

3. Регулярне обслуговування гальмівної системи. Ефективність гальмування значною мірою залежить від технічного стану гальмівних механізмів: гальмівних колодок, дисків, рідини, супортів. Як зазначено у [11], [5], несправності цих компонентів можуть призвести до зменшення уповільнення на 20–30%, що суттєво подовжує шлях зупинки, особливо в умовах перевантаження.

4. Використання електронних систем активної безпеки. ABS дозволяє уникнути блокування коліс під час гальмування, підтримуючи керуваність транспортного засобу. Як показано у моделюванні, активна ABS скорочує гальмівний шлях і знижує ймовірність заносу. Про це свідчить таблиця 3, [4], [14]. Особливо ефективною система є на мокрому або слизькому покритті.

5. Збалансоване розміщення вантажу та пасажирів. Розподіл навантаження по осях суттєво впливає на зчеплення коліс з дорожнім покриттям. При неправильному розміщенні вантажу задня вісь може бути перевантажена, а передня – втратити ефективність гальмування. Модель (формула 12) враховує коефіцієнт розподілу маси (таблиця 4), який при погіршенні може збільшити гальмівний шлях до 18% [12], [5].

6. Формування прогнозованої, неагресивної манери керування. Агресивна манера водіння – різкі маневри, пізні гальмування, часті перевищення швидкості сприяє аварійності та подовженню реакційного шляху водія. Згідно з [12], [8], навіть 0,5 с затримки в реакції може додати до гальмівного шляху понад 15 м при швидкості 100 км/год.

7. Використання симуляцій у підготовці водіїв. Результати чисельного моделювання можуть бути інтегровані в навчальні програми автошкіл. Це дозволить майбутнім водіям краще усвідомлювати небезпеки недотримання дистанції, неправильного вибору шин або швидкості [10].

У результаті проведеного аналізу та моделювання гальмівного шляху автомобіля з урахуванням різних технічних та дорожніх факторів, було сформульовано комплекс практичних рекомендацій, що мають важливе прикладне значення для підвищення безпеки дорожнього руху. Дотримання запропонованих рекомендацій дозволить зменшити довжину гальмівного шляху, покращити контроль над транспортним засобом та мінімізувати ймовірність виникнення дорожньо-транспортних пригод.

Висновки. Описана в статті модель гальмівного шляху автомобіля як цифровий інструмент професійної підготовки повністю узгоджується з компетентнісною основою освітньо-професійної програми «Професійна освіта. Транспорт (Ремонт та обслуговування автомобілів)». Використання математичного моделювання у навчальному процесі сприяє комплексному формуванню технічної, педагогічної та цифрової готовності майбутнього фахівця. Застосування сучасного програмного забезпечення, обробка технічних параметрів та побудова варіативних сценаріїв розвитку подій

забезпечують розвиток фахових компетентностей, зокрема у сфері експлуатації та безпеки транспортних засобів, цифрової грамотності, аналізу та інтерпретації даних. Робота з моделлю вимагає від студентів вміння застосовувати знання фізики, механіки, математики, а також технічних характеристик транспортних засобів у практичному контексті, що формує навички міждисциплінарної інтеграції. Модель також виконує дидактичну функцію, оскільки дозволяє візуалізувати складні поняття й активізувати пізнавальний інтерес, сприяючи розвитку методичних, проєктувальних і рефлексивних умінь викладача професійного навчання. У такий спосіб реалізуються ключові положення освітньої програми, зокрема здатність студентів до самостійного прийняття рішень у невизначених ситуаціях, до інноваційної та управлінської діяльності, дотримання принципів академічної доброчесності, рівності можливостей, а також орієнтація на безперервне професійне зростання. Математична модель гальмівного шляху виступає ефективним навчальним засобом, який інтегрує в собі технічну точність, педагогічну функціональність і цифрову адаптивність, що цілковито відповідає концепції сучасної підготовки бакалавра з професійної освіти за спеціалізацією «Транспорт».

Список використаних джерел:

1. Borwein J. M., Bailey D. H. Mathematics by Experiment: Plausible Reasoning in the 21st Century. 2nd ed. Wellesley, MA: A K Peters, 2008. 396 p. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://books.google.com/books?id=uLMa1vLHKWUC> (дата звернення: 10.04.2025).
2. Gillespie T. D. Fundamentals of Vehicle Dynamics. SAE International, 1992. 512 p.
3. ISO 3888-1:2018. Passenger cars – Test track for a severe lane-change manoeuvre – Part 1: Double lane-change. International Organization for Standardization, 2018. 8 p.
4. ISO/TR 12360:2012. Test track for severe braking test. International Organization for Standardization, 2012. 12 p.
5. Jazar R. N. Vehicle Dynamics: Theory and Application. Springer, 2017. 999 p.
6. Kolb D. A. Experiential learning: Experience as the source of learning and development. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1984. 390 p. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://books.google.com/books?id=jpBePwAACAAJ> (дата звернення: 10.04.2025).
7. Naunheimer H., Bertsche B., Ryborz J. Automotive Transmissions: Fundamentals, Selection, Design and Application. 2nd ed. Springer, 2010. 680 p.
8. Redecker C. European Framework for the Digital Competence of Educators: DigCompEdu. Luxembourg: Publications Office of the European Union, 2017. 92 p. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://doi.org/10.2760/159770> (дата звернення: 10.04.2025).
9. Shinar D. Traffic Safety and Human Behavior. 2nd ed. Emerald Publishing, 2017. 552 p.
10. Wong J. Y. Theory of Ground Vehicles. 4th ed. John Wiley & Sons, 2008. 592 p.
11. Гладкий В. Т. Теоретичні основи автомобіля / В. Т. Гладкий. Харків: ХНАДУ, 2018. 316 с.
12. Іваненко С. М. Основи безпеки дорожнього руху: навч. посіб. / С. М. Іваненко. Київ: Ліра-К, 2021. 240 с.
13. Кваша В. І., Горбатюк М. В. Математичне моделювання в автомобільній галузі: монографія / В. І. Кваша, М. В. Горбатюк. Харків: ХНАДУ, 2019. 276 с.
14. Пономарьов І. В. Моделювання систем автомобіля: навч. посіб. / І. В. Пономарьов. Львів: НУ «ЛП», 2016. 268 с.
15. Хмельницький національний університет. Освітньо-професійна програма «Професійна освіта. Транспорт (Ремонт та обслуговування автомобілів)» першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальністю 015 – Професійна освіта (за спеціалізаціями) [Електронний ресурс]. Хмельницький, 2025. Режим доступу: <https://drive.google.com/file/d/1lOpJ3G2-ej0eXo0G2aIx-CiCCKXqFBIg/view> (дата звернення: 10.04.2025).