

РОЗПОДІЛ НАПРУЖЕНЬ В ПЛАСТИНІ З ЛУНОЧНИМ ОТВОРОМ ПРИ РОЗТЯГУ ПІД КУТОМ ДО ОСІ СИМЕТРІЇ ПЛАСТИНИ

Герасимчук Ю. І., здобувач вищої освіти спеціальності 133 «Галузеве машинобудування»

Керівник: канд. фіз.-мат. наук, доцент Пономаренко О. М.

Львівський національний університет природокористування



Нехай нескінченна ізотропна пластина, ослаблена луночним отвором, тобто отвором, контур якого утворений дугами двох кіл, що перетинаються, перебуває в умовах розтягу на нескінченності зовнішніми зусиллями p , направленими під кутом φ до прямої, яка проходить через кутові точки і є віссю ОХ. Визначимо картину напруженого стану в пластині з луночним отвором, контур якого вільний від зовнішніх зусиль. При розтягу суцільної пластини зусиллями p в напрямі, що складає кут φ з віссю ОХ, основна функція напружень в системі координат ХОУ, має вигляд[1]:

$$U_0(x, y) = \frac{p}{2}(x \sin \varphi - y \cos \varphi)^2, \quad (1)$$

а основний напружений стан пластини описується складовими напружень:

$$\sigma_x = p \cos^2 \varphi, \quad \sigma_y = p \sin^2 \varphi, \quad \tau_{xy} = p \sin \varphi \cos \varphi. \quad (2)$$

В біполярних координатах α, β , повну функцію напружень подамо у вигляді:

$$U(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^3 [U_{0,i}(\alpha, \beta) + a k_i U_{1,i}(\alpha, \beta)], \quad (3)$$

де функція $\sum_{i=1}^3 U_{0,i}(\alpha, \beta)$ відповідає заданому основному напруженому стану, а функція $\sum_{i=1}^3 a k_i U_{1,i}(\alpha, \beta)$ повинна знімати напруження на контурі отвору, що виникають від основної функції напружень $\sum_{i=1}^3 U_{0,i}(\alpha, \beta)$. Розв'язок задачі полягає у визначенні додаткової функції напружень, що задовільняє бігармонічне рівняння і граничні умови на контурі отвору, а також яка не порушує напружений стан на нескінченності:

$$\sigma_{\beta|\beta=\pm c} = \tau_{\alpha\beta|\beta=\pm c} = 0, \quad \sum_{i=1}^3 g U_{1,i}(0,0) = 0. \quad (4)$$

Найбільший інтерес для практики має розподіл напружень σ_α на контурі отвору:

$$\sigma_\alpha/p|_{\beta=c} = \sigma_{\alpha,1} \sin^2 \varphi + \sigma_{\alpha,2} \cos^2 \varphi - \sigma_{\alpha,3} \sin 2\varphi, \quad (5)$$

$$\text{де } \sigma_{\alpha,1} = 8(\operatorname{ch} \alpha - \operatorname{cosh} \alpha) \operatorname{sinc} \int_0^\infty \frac{[G_1 + \frac{1}{2}m(m - ctgc \cdot cthmc)] \operatorname{sh} mc}{\operatorname{sh} 2mc + m \sin 2c} \operatorname{cos} m \alpha dm, \quad (6)$$

$$\sigma_{\alpha,2} = 8(\operatorname{ch} \alpha - \operatorname{cosh} \alpha) \operatorname{sinc} \int_0^\infty \frac{[G_2 - \frac{1}{2}m(m - ctgc \cdot cthmc)] \operatorname{sh} mc}{\operatorname{sh} 2mc + m \sin 2c} \operatorname{cos} m \alpha dm, \quad (7)$$

$$\sigma_{\alpha,3} = 8(\operatorname{ch} \alpha - \operatorname{cosh} \alpha) \int_0^\infty \frac{(m \operatorname{sh} mc \operatorname{cosh} \alpha - m^2 \operatorname{sinc} ch mc)}{\operatorname{sh} 2mc - m \sin 2c} \operatorname{sin} m \alpha dm, \quad (8)$$

Висновок: Аналіз формули (5) показує, що біля луночних отворів є значна концентрація напружень і при наближенні до кутових точок вона різко збільшується, а в самих кутових точках напруження стають нескінченно великими. Картина напруженого стану суттєво залежить від кута між лінією, що проходить через кутові точки, і напрямом розтягу.

Список використаних джерел

1. Калоеров С. А., Авдюшина Е. В., Мироненко А. Б. Концентрация напряжений в многосвязных изотропных пластинах. – Министерство образования и науки Украины. – Донецкий национальный университет, 2013. – 440 с.