

ДИНАМІКА БУЛЬБОНОСНОЇ ҐРУНТОВОЇ СУМІШІ В БАРАБАННОМУ СЕПАРАТОРІ

С.М. Грушецький, аспірант, О.А. Андрєєв, к.ф.м.н.

(Подільська державна аграрно-технічна академія)

Розглянуто сепаруючий пристрій барабанно-пруткового типу і виведені динамічні рівняння руху часток бульбоносної ґрунтової суміші в барабанному сепараторі

Постановка проблеми. При збиранні картоплі значна кількість ґрунту попадає на транспортуючі органи картоплезбиральних пристроїв, погіршуючи якість товарної продукції. В зв'язку з цим актуальною стає проблема активної сепарації бульбоносної ґрунтової суміші і створення пристроїв для реалізації такої сепарації. Не менш важливим слід вважати створення теорії активізованої сепарації і її застосування для аналізу роботи конкретних сепаруючих пристроїв.

Аналіз публікацій. Вперше в найбільш загальному вигляді теорія активізованої сепарації була запропонована в [1]. Ця теорія базується на аналізі еволюції функції розподілу ґрунтових агрегатів по розмірах при проходженні їх через сепаруючий пристрій. Зрозуміло, що початковий вигляд функції розподілу залежить від типу і стану ґрунту, а також від підкопуючих робочих органів. Кінцевий же вигляд визначається в основному сепаруючими пристроями. Введення в розгляд функції розподілу передбачає, що ґрунтова суміш являє собою набір майже не з'єднаних між собою ґрунтових агрегатів [2]. Така модель ґрунту дозволяє використовувати для аналізу динаміки диференціальні рівняння [3] і отримати нульову математичну модель процесу активізованої сепарації конкретним сепаруючим пристроєм.

Постановка завдання. Розглянути динаміку бульбоносної ґрунтової суміші в барабанному сепараторі.

Виклад основного матеріалу. В ПДАТА розроблено, сконструйовано і апробовано картоплезбиральну машину, в яку входить пристрій для активізованої сепарації ґрунтової суміші. Зрозуміло, що пристроїв, які б виконували аналогічні функції може бути багато. Перевагою вищезгаданого пристрою [4] перед існуючими є те, що він проводить „м'яку” активізовану сепарацію, тобто таку, яка не приводить до пошкодження бульбоплодів в сепаруючому пристрої.

Пристрій являє собою прутковий барабан конусного типу (рис.1). твірні прутки розміщені рівномірно таким чином, щоб товарні бульбоплоди біля більшої основи конуса не просіювалися. Барабан обертається навколо горизонтальної вісі з кутовою швидкістю $\Omega = \text{const}$, яка залежить від поступальної швидкості руху агрегату і від радіуса R_2 більшої основи. Ґрунтові агрегати з підкопуючого пристрою попадають в барабан з початковою

швидкістю $\vec{V}_0$ під кутом γ до горизонту. Подальший їхній рух складається з поступального вздовж прутків і з обертового (для часток, які безпосередньо контактують з прутками і частки, розміри яких менші, ніж відстань між прутками просіюється).

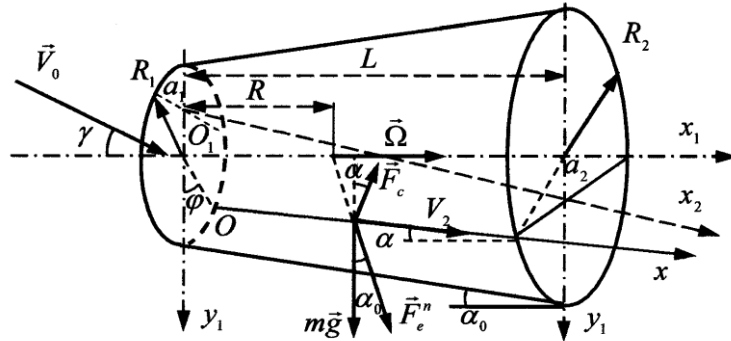


Рис. 1 – Розрахункова схема конусного барабана.

Частини, які попадають в барабан можуть бути розділені на дві групи. Перша група – це ті, які контактують безпосередньо з прутками, друга – це ті, контактують, але не просіюються. Розглянемо динаміку першого типу.

Нехай з підкопуючого пристрою в барабан поступає ґрунт з об'ємом Q_0 а на виході виходить ґрунт з об'ємом Q . Очевидно:

$$Q_0 = \int_0^{\infty} f_0(v) dv; \quad Q = \int_0^{\infty} f(v) dv; \quad Q_0 > Q. \quad (1)$$

тут $f_0(v)$ і $f(v)$ - функції розподілу ґрунтових часток (рис. 2);

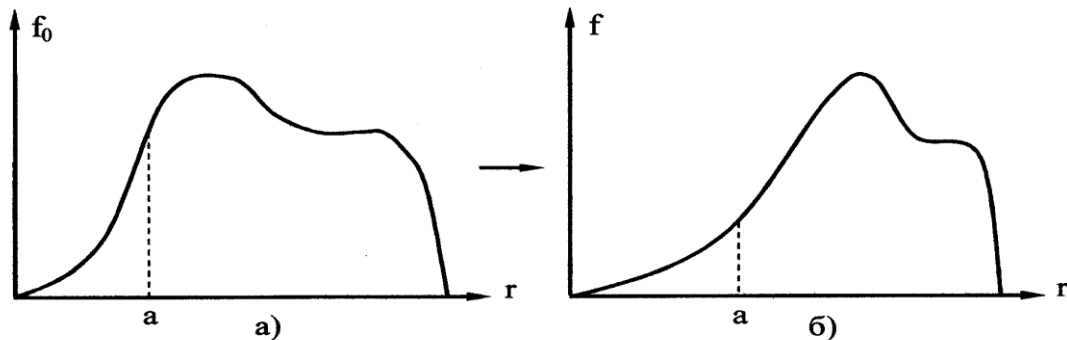


Рис.2 – Початкова (а) і кінцева (б) функції розподілу ґрунтових часток.

dv – елемент об'єму. остання нерівність в (1) є необхідною умовою сепарації. Завантажений і просепарований ґрунт зайшов на вхідному і вихідному отворі площі S_0 і S :

$$S_0 = \frac{\pi R_1^2}{2} + R_1^2 \arcsin \frac{a_1}{R_1} + a_1 \sqrt{R_1^2 - a_1^2} = \frac{Q_0}{V_0} \cdot$$

$$S = \frac{\pi R_2^2}{2} + R_1^2 \arcsin \frac{a_2}{R_2} + a_2 \sqrt{R_2^2 - a_2^2} \quad (2)$$

Введемо поняття оптимального завантаження (рис. 3). Вважаємо, що коли $S_0 \approx \frac{\pi R_1^2}{2}$, тобто при $a_1 \ll R_1$ то просіювання буде оптимальним. Розкладаючи вирази (2) в ряд Тейлора по степенях параметра a_1 / R_1 , отримаємо вираз для a_1 і a_2 :

$$a_1 = \frac{S_0}{2R_1} - \frac{\pi R_1}{4} \succ 0; \quad a_2 = \frac{S}{2R_2} - \frac{\pi R_2}{4} \prec 0. \quad (3)$$

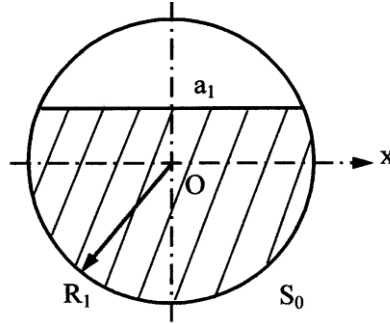


Рис.3 – Початкове завантаження

Матеріальні частки, які знаходяться в при поверхневому шарі не контактують з прутками і рухаються вздовж прямої O_2x_2 , яка нахилена під кутом β до горизонту:

$$\beta = \arctg \left[\frac{1}{2L} \left(\frac{S_0}{R_1} - \frac{S}{R_2} - \frac{\pi}{2} (R_1 - R_2) \right) \right]. \quad (4)$$

Введемо систему координат O_2x_2 і запишемо динамічне рівняння руху часток масою m по цій поверхні. На частки діють сили (рис. 4) ваги $m\vec{g}$, сила в'язкого тертя $\vec{F}_T = b\dot{x}_e$ і сила, з якого потік інших часток штовхає вибрану $F = \frac{\rho\pi^2}{2} S_r$. Якщо вважати, що частки майже сферичні, то:

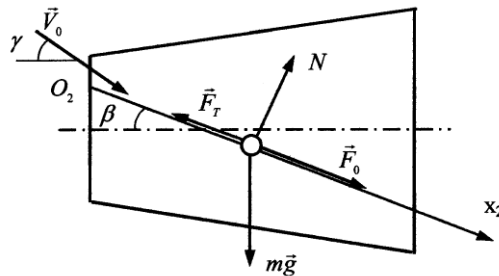


Рис.4 – Рух часток першого типу.

$$S_r = \pi^3 \sqrt{\left(\frac{3m}{4\pi\rho} \right)^2}; \quad F_0 = \frac{\rho V_0^2 \cos^2(\beta - \gamma)}{2} \pi \sqrt{\left(\frac{3m}{4\pi\rho} \right)^2}. \quad (5)$$

В проекції на O_2x_2 :

$$F = \frac{\rho\pi}{2} [V_0 \cos(\beta - \gamma) - \dot{x}_2]^2 \sqrt[3]{\left(\frac{3m}{4\pi\rho}\right)^2}. \quad (6)$$

Запишемо динамічне рівняння:

$$m\ddot{x}_2 = \frac{\rho\pi}{2} [V_0 \cos(\beta - \gamma) - \dot{x}_2]^2 \sqrt[3]{\left(\frac{3m}{4\pi\rho}\right)^2} - b\dot{x}_2 + mg \sin \beta. \quad (7)$$

Зробимо не складні перетворення і введемо нову змінну $V_2 = \dot{x}_2 - V_0 \cos(\beta - \gamma)$. Отримаємо:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= P_2 V_2^2 - P_1 V_2 + P_0'; \quad V_2(0) = 0 \\ P_2' &= \frac{\pi}{2} \sqrt[3]{\frac{9}{16\pi^2} \frac{\rho}{m}}; \quad P_1' = \frac{b}{m}; \quad P_0' g \sin \beta + V_0 P_1' \cos(\beta - \gamma) \end{aligned} \quad (8)$$

Інтегруємо рівняння (8), подавши його ще в такому вигляді:

$$\dot{V}_2 = (V_2^2 - P_1 V_2 + P_0) P_2'; \quad P_1 = \frac{P_1'}{P_2'} = \frac{4\epsilon}{\pi} \sqrt[3]{\frac{2\pi^2}{9\rho m^2}}; \quad P_0 = \frac{P_0'}{P_2'}. \quad (9)$$

$$\int \frac{dV_2}{V_2^2 - P_1 V_2 + P_0} = P_2' t + C. \quad (10)$$

Розв'язки рівняння залежать від коефіцієнтів знаменника підінтегрального виразу (10). Вирізняємо такі випадки:

1). $P_0 < \frac{1}{4} P_1^2$. Цей випадок відповідає великим значенням штовхаючої сили (6) і для $\dot{x}_2$ в цьому випадку отримаємо наступний вираз:

$$\dot{x}_2(t) = \frac{P_0 \left[1 - \exp\left(\frac{1}{2} P_2' \sqrt{\frac{P_1^2}{n} - P_0} t\right) \right]}{\frac{P_1}{2} + \sqrt{\frac{P_1^2}{n} - P_0} - \left(\frac{P_1}{2} - \sqrt{\frac{P_1^2}{n} - P_0}\right) \exp\left(\frac{1}{2} P_2' \sqrt{\frac{P_1^2}{n} - P_0} t\right)} + V_0 \cos(\beta - \gamma). \quad (11)$$

Графічно залежність $\dot{x}_2(t)$ подано на (рис. 5). В цьому випадку $\dot{x}_2(t) > 0 \quad \forall t > 0$, тобто забивання ґрунтової суміші бути не може.

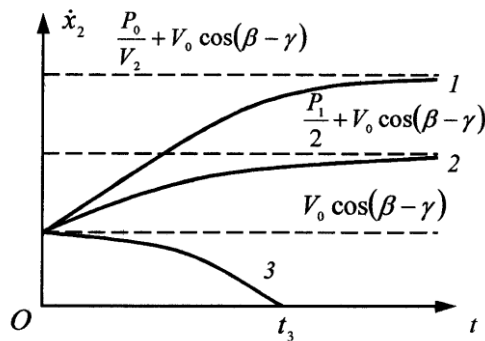


Рис.5 – Динаміка часток першого типу для великих штовхаючих сил.

2). $P_0 = \frac{1}{4}P_1^2$. Випадок критичних завантажень. В цьому випадку:

$$\dot{x}_2(t) = \frac{P_1}{2} \left[1 - \frac{2}{P_1 P_2' t + 2} \right] + V_0 \cos(\beta - \gamma). \quad (12)$$

3). $P_0 > \frac{1}{4}P_1^2$. Розв'язок має вигляд:

$$\dot{x}_2(t) = \frac{P_1}{2} - \sqrt{P_0 - \frac{P_1^2}{n}} \operatorname{tg} \left[P_2 \sqrt{P_0 - \frac{P_1^2}{n}} t + \operatorname{arctg} \frac{P_1}{2\sqrt{P_0 - \frac{P_1^2}{n}}} \right] + V_0 \cos(\beta - \gamma). \quad (13)$$

Останній вираз характерний тим, що в деякий момент часу швидкість може стати рівна нулеві, тобто відбувається зупинка частки. Це відбувається при:

$$t_3 = \frac{1}{P_2 \sqrt{P_0 - \frac{P_1^2}{n}}} \operatorname{arctg} \left[\frac{1}{\sqrt{P_0 - \frac{P_1^2}{n}}} \left(\frac{P_1}{2} + V_0 \cos(\beta - \gamma) \right) \right]. \quad (14)$$

Запишемо вираз для $x_2(t)$:

$$x_2(t) = \left(\frac{P_1}{2} + V_0 \cos(\beta - \gamma) \right) t - P_2 \ln \cos \left[P_2 \sqrt{P_0 - \frac{P_1^2}{n}} t + \operatorname{arctg} \frac{P_1}{2\sqrt{P_0 - \frac{P_1^2}{n}}} \right]. \quad (15)$$

Умова забивання барабана ґрунтовою сумішшю є:

$$l = x_2(f_3) < \frac{L}{\cos \beta}. \quad (16)$$

Або в параметрах задачі:

$$\begin{aligned} & \frac{0,5P_1 + V_0 \cos(\beta - \gamma)}{P_2 \sqrt{P_0 - 0,25P_1^2}} \operatorname{arctg} \left[\frac{0,5P_1 + V_0 \cos(\beta - \gamma)}{\sqrt{P_0 - 0,25P_1^2}} \right] + \\ & \frac{P_2}{2} \ln \left[1 + \frac{2(P_1 + V_0 \cos(\beta - \gamma))^2}{2P_0 - P_1^2 - V_0 \cos(\beta - \gamma)} \right] < \frac{L}{\cos \beta}. \end{aligned} \quad (17)$$

Розглянемо динаміку часток другого типу, тобто тих, які мають розміри більші, ніж між пруткова відстань і контактують з прутками. Їхній рух є складним і складається з відносного вздовж прутків і переносного обертового разом з прутками (рис. 1). Введемо систему координат Ox і запишемо динамічне рівняння відносного руху:

$$m\ddot{\vec{r}}_r = \sum \vec{F}i - m\ddot{\vec{r}}_e - m\ddot{\vec{r}}_c. \quad (18)$$

Тут $\sum \vec{F}i$ - рівнодійна активних сил:

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{g} + \vec{F}_T + \vec{F}_B, \quad (19)$$

де F_T - класична сила тертя; $F_T = kN$, N - реакція прутка;

F_B - сила в'язкого тертя частки в середовищі, $F_B = b\vec{r}_r$;

$\ddot{\vec{r}}_e$ - прискорення в переносному русі, оскільки $\Omega = \text{const}$, то $\ddot{\vec{r}}_e = R\Omega^2$;

$\ddot{\vec{r}}_c$ - Коріолісове прискорення, $\ddot{\vec{r}}_c = 2[\vec{\Omega}, \vec{V}_r]$.

Проектуємо векторне рівняння (19 і 18) на координатну вісь Ox :

$$m\ddot{x} = m[g \cos(\alpha_0 \cos \Omega t) \cos \Omega t + k\Omega^2 x \cos \alpha_0 - k\Omega^2 (R_2 - R_1) \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 + 2\Omega \dot{x} \sin \alpha_0 \cos^2 \alpha_0 k + \Omega^2 x \sin \alpha_0 - \Omega^2 (R_2 - R_1) \sin \alpha_0] - b\dot{x}. \quad (20)$$

Або

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} - \omega^2 x = g \cos(\alpha_0 \cos \Omega t) \cos \Omega t + x_0, \quad (20a)$$

де позначимо:

$$\beta = \frac{1}{2} \left[\frac{b}{m} - 2\Omega k \sin \alpha_0 \cos^2 \alpha_0 \right]; \quad \omega^2 = \Omega^2 [k \cos \alpha_0 - \sin \alpha_0];$$

$$x_0 = \Omega^2 (R_2 - R_1) (k \cos \alpha_0 - \sin \alpha_0) \sin \alpha_0. \quad (21)$$

Початкові умови:

$$x(0) = 0; \quad \dot{x}(0) = V_0 \cos(\alpha_0 - \gamma). \quad (22)$$

Розв'язки рівняння (20a) залежать від багатьох параметрів. Розглянемо спочатку випадок $k > \tan \alpha_0$. Ця ситуація типова і, крім того $\tan \alpha_0 = \frac{R_2 - R_1}{L} \ll 1 \rightarrow \alpha_0 \ll 1$. Остання умова дозволяє прийняти наступне наближення:

$$\cos(\alpha_0 \cos \Omega t) \cos \Omega t \approx \left(1 - \frac{\alpha_0^2}{2} \cos^2 \Omega t \right) \cos \Omega t \approx \cos \Omega t. \quad (23)$$

Характеристичне рівняння для відповідного однорідного має вигляд:

$$\lambda^2 + 2\beta\lambda - \omega^2 = 0. \quad (24)$$

Його корені:

$$\lambda_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 + \omega^2}. \quad (25)$$

Для $k > \tan \alpha_0$ ці корені дійсні і розв'язок однорідного рівняння має вигляд:

$$x_0(t) = C_1 l^{\lambda_1 t} + C_2 l^{\lambda_2 t}, \quad (26)$$

тут C_1, C_2 - константи інтегрування.

Частковий розв'язок шукаємо у вигляді:

$$x_2(t) = A \cos \Omega t + B \sin \Omega t + C. \quad (27)$$

Підставивши (27) у (20), отримаємо:

$$-A\Omega^2 \cos \Omega t - B\Omega^2 \sin \Omega t - 2A\beta\Omega \sin \Omega t + 2B\beta\Omega \cos \Omega t - \omega^2 A \cos \Omega t - B\omega^2 \sin \Omega t - C\omega^2 = g \cos \Omega t + x_0. \quad (28)$$

Звідси отримаємо систему лінійних рівнянь для знаходження A, B і C :

$$\begin{cases} A(\Omega^2 + \omega^2) - 2\beta\Omega B = -g \\ 2\beta\Omega A + B(\Omega^2 + \omega^2) = 0 \\ \omega^2 C = -x_0 \end{cases} \quad (29)$$

Звідси:

$$C = -\frac{x_0}{\omega^2} = -(R_2 - R_1)\sin\alpha_0;$$

$$A = -\frac{g(\Omega^2 + \omega^2)}{[(\Omega^2 + \omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2]}; \quad B = \frac{2\beta\Omega g}{(\Omega^2 + \omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}. \quad (30)$$

Початкові умови (22) дають можливість визначити C_1 і C_2 :

$$\begin{cases} 0 = C_1 + C_2 + A + C \\ V_0 \cos(\alpha_0 - \gamma) = C_1\lambda_1 + C_2\lambda_2 + B\Omega \end{cases} \quad (31)$$

Звідси:

$$C_1 = \frac{B\Omega - A\lambda_2 - C\lambda_2 - V_0 \cos(\alpha_0 - \gamma)}{2\sqrt{\beta^2 + \omega^2}}$$

$$C_2 = \frac{B\Omega - A\lambda_1 - C\lambda_1 - V_0 \cos(\alpha_0 - \gamma)}{2\sqrt{\beta^2 + \omega^2}} \quad (32)$$

Легко бачити, що у випадку $\beta > 0$ ($b > 2\Omega k m \sin\alpha_0 \cos^2\alpha_0$) - велика в'язкість однорідний розв'язок є затухаючим. Крім того, для часу:

$$t_3 = \frac{1}{\Omega} \arctg \frac{2\beta\Omega}{\Omega^2 + \omega^2}. \quad (33)$$

Наступає зупинка часток (забивання барабана). Таке забивання можливо тоді, коли виконується умова:

$$x_0(t_3) + x_n(t_3) < \frac{L}{\cos\alpha_0}. \quad (34)$$

При невеликих в'язкостях ($\beta < 0$) частка рухається з додатнім прискоренням під дією сили Коріоліса і забивання відсутнє.

В переносному русі частка виконує колову траєкторію і на неї діє сила ваги, сила Коріоліса і відцентрова сила. Оскільки точка, яка має розміри:

$$a = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi} \frac{m}{\rho}} > a_0. \quad (35)$$

Рухається з постійною кутовою швидкістю Ω , то досить записати лише рівняння статки:

$$\Omega^2(R_1 + x \sin\alpha_0) \frac{a_0}{2} + 2\Omega\dot{x} \sin\alpha_0 a - g a \sin(\varphi - \psi) = 0, \quad (36)$$

де $\psi = \arctg \frac{a_0}{2a}$.

Звідси:

$$\sin(\varphi - \psi) = \frac{\Omega^2 a_0}{2ga} (R_1 + x \sin \alpha_0) + \frac{2\Omega \dot{x} \sin \alpha_0}{g}. \quad (37)$$

Легко бачити, що $\varphi = \varphi(t)$, де вирази $x(t)$ слід взяти з (26) і (27) з врахуванням (30) і (32). Але, оскільки виконується умова $\alpha_0 \ll 1$, то для подальшого аналізу досить обмежитися наближенням:

$$\varphi \approx \arcsin \left[1 + \frac{\Omega^2 a_0 R_1}{2ga} \right] + \psi. \quad (38)$$

В момент відриву частка має швидкість:

$$\vec{V} = \vec{V}_q + \vec{V}_e; \quad |\vec{V}_q| = \dot{x}(t); \quad |\vec{V}_e| = \Omega(R_1 + x \sin \alpha_0). \quad (39)$$

Кут між векторами швидкості рівний α_0 , отже:

$$|\vec{V}| = \sqrt{\dot{x}^2 + 2\dot{x}\Omega(R_1 + x \sin \alpha_0) \sin \alpha_0 + \Omega^2(R_1 + x \sin \alpha_0)^2}. \quad (40)$$

Або в наближенні $\alpha_0 \ll 1$:

$$V_{00} = |\vec{V}| = \sqrt{\dot{x}^2 + \Omega^2 R_1^2}. \quad (41)$$

Прийmemo цю швидкість за початкову для вільного польоту частки (вважається, що відрив відбувається після виходу частки з ґрунтової суміші) (рис.6). Для опису цього руху введемо систему координат Ozy . Напрямок вектора $\vec{V}_{00}$. Запишемо динамічні рівняння:

$$m\ddot{y} = 0 \quad m\ddot{z} = -mg. \quad (42)$$

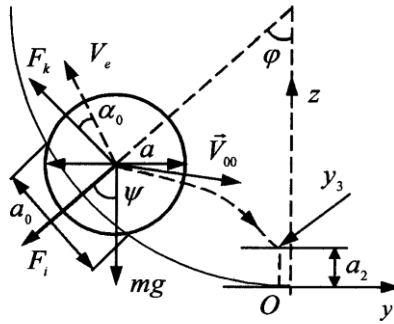


Рис.6 – До розрахунку кута кидання.

$$y(0) = -(R_1 + x \sin \alpha_0 - a \cos \psi) \sin \varphi \quad \dot{y}(0) = V_{00}$$

$$z(0) = (R_1 + x \sin \alpha_0) - (R_1 + x \sin \alpha_0 - a \cos \psi) \cos \varphi \quad \dot{z}(0) = 0$$

В наближенні $\alpha_0 \ll 1$ запишемо розв'язки:

$$\begin{cases} y(t) = V_{00}t - (R_1 - a \cos \psi) \sin \varphi \\ z(t) = -\frac{gt^2}{2} + R_1(1 - \cos \varphi) + a \cos \psi \cos \varphi \end{cases}. \quad (43)$$

Це парабола, рівняння якої:

$$z(y) = -\frac{9}{2} [y + (R_1 - a \cos \psi) \sin \varphi]^2 + R_1 (1 - \cos \varphi) + a \cos \psi \cos \varphi. \quad (44)$$

Частка падає на ґрунтову суміш, що рухається поступально. Знайдемо час польоту:

$$t_n = \sqrt{\frac{2R_1}{g} (1 - \cos \varphi) + \frac{2a}{g} \cos \psi \cos \varphi - \frac{2a_2}{g}}. \quad (45)$$

За цей час вздовж осі барабана частка проходить відстань $\Delta x = y(t_n) \cos \alpha_0$ і продовжує свій рух, як частка першого типу:

$$\Delta x = \left[V_{00} \sqrt{\frac{2R_1}{g} (1 - \cos \varphi) + \frac{2a}{g} \cos \psi \cos \varphi - \frac{2a_2}{g}} - (R_1 - a \cos \psi) \sin \varphi \right] \cos \alpha_0. \quad (46)$$

Висновки:

1. Аналіз пропонованого сепаруючого пристрою полягає в дослідженні динаміки часток ґрунтової суміші, які попадають в об'єм конусного сепаратора з подальшою оптимізацією його технологічних параметрів.

2. Перспективою подальших розробок є дослідження динаміки бульбоносноґрунтової суміші в барабанному сепараторі.

Список використаних джерел

1. Андреев А. А., Ткачук В.С. Теоретичне обґрунтування роботи пристроїв для активізації сепарації ґрунтової суміші. Праці Таврійської державної аграрно-технічної академії. Вип.2, т.15, Мелітополь, 2000, с.94-99.
2. Андреев А.А., Кизима М.І. Моделювання ґрунту для потреб реалізації вібраційних технологій в землеробстві. Зб. наук. праць Подільської державної аграрно-технічної академії. Вип. 6, Кам'янець - Подільський, 1998, с. 74-76.
3. Андреев А.А. Научное обеспечение внедрение вибрационных технологий в земледелие // Вестник Винницкого ГСИ, Спец выпуск, Сб. трудов Международного симпозиума "Наука и предпринимательство" (9 – 11 февраля 1999 г., - г. Славск), Винница – Львов, 1999, с. 110 –116.
4. Деклараційний патент на винахід № 56530 А „Картоплезбиральна машина з барабанним сепаратором”.

Аннотация

ДИНАМИКА КЛУБНЕНОСНОЙ ГРУНТОВОЙ СМЕСИ В БАРАБАННОМ СЕПАРАТОРЕ

С.Н. Грушецкий, аспирант, А.А. Андреев, к.ф.м.н.

Рассмотрено сепарующий прибор барабанно-пруткового типа и выведены динамические уравнения движения частиц клубненой ґрунтовой смеси в барабанном сепараторе

Abstract

DYNAMICS OF TUBERCARRING SOIL MIXTURE IN THE DRUM SEPARATOR

S.M. Grushetsky, aspirant, **O.A. Andreyev**, c.p.m.s.

We scrutinized the separating device of the drum-rod type and led out the dynamic equations of the part's movement of tubercarring soil mixture in the drum separator.